

测量不确定度的评定方法及应用研究



靳浩元, 刘军*

中国计量科学研究院, 北京 100029

【摘要】 主要介绍了测量不确定度的发展历程、国内外研究现状以及未来可能的发展方向。对 7 种主要的评定算法进行了介绍和归纳, 对测量不确定度在不同领域的应用现状进行了调研和总结。最后, 对不同评定算法的适用场景进行了归纳整理, 并对测量不确定度未来可能的发展方向进行了探讨。

【关键词】 测量不确定度; 评定算法; GUM 方法; 蒙特卡洛方法; 贝叶斯方法

DOI: 10.12338/j.issn.2096-9015.2020.9002

【引用本文】 靳浩元, 刘军. 测量不确定度的评定方法及应用研究 [J]. 计量科学与技术, 2021, 65(5): 124-131.

The Evaluation Method and Application Research of Measurement Uncertainty

JIN Haoyuan, LIU Jun

National Institute of Metrology, Beijing 100029, China

Corresponding author: LIU Jun, Email: liujun@nim.ac.cn

【Abstract】 In this paper, the development history of measurement uncertainty, the current research status at home and abroad, and the possible future development directions are mainly introduced. The seven main evaluation algorithms are introduced and summarized, and the current situation of the application of measurement uncertainty in different fields is investigated and summarized. Finally, the applicable scenarios of different evaluation algorithms are summarized, and the possible future development directions of measurement uncertainty are discussed.

【Key words】 measurement uncertainty, evaluation algorithm, GUM, Monte Carlo method, Bayesian method

0 引言

主要研究了测量不确定度的发展现状, 从主要的评定算法和应用情况两个角度出发, 系统地进行了总结。在前人所撰写的文献中, 很少有学者对算法本身的发展现状或测量不确定度的具体应用领域进行阐述, 针对这一现状, 文章对上述两个部分进行了文献调研和汇总, 旨在帮助读者更具象化的理解测量不确定度这一学科。

1 测量不确定度的发展历程

在一些已有的文献或专著中, 有学者写到不确定度一词最早起源于 1927 年德国物理学家海森堡

在量子力学中提出的不确定度关系, 又称测不准原理, 但实际上测不准原理与测量不确定度是两个完全不同的概念, 阐述的也是两种不同的现象, 真正的不确定度概念并不是起源于此。

1963 年, 美国标准局(NBS)的艾森哈特在研究仪器校准系统时, 为了能统一地评价测量结果的质量, 首先提出了定量表示不确定度的建议, 并受到国际上的普遍关注。在此之后的十余年间, 不同计量领域的学术委员会均对此建议进行了正式讨论, 使得不确定度这一术语在测量领域内被广泛应用, 但表示方法却各不相同。

为了达到测量不确定度评定和表示方法的国际

统一, 1980 年, 国际计量局(BIPM)在征求了 32 个国家的国家计量研究院以及 5 个国际组织的意见后, 起草并发布了推荐采用测量不确定度来评定测量结果的建议书, 即: INC-1(1980), 建议指出对不确定度进行统一表示。1986 年, 国际计量委员会(CIPM)要求国际计量局、国际电工委员会(IEC)、国际标准化组织(ISO)、国际法制计量组织(OIML)、国际理论和应用物理联合会(IUPAP)、国际理论和应用化学联合会(IUPAC)以及国际临床化学联合会(IFCC)7 个国际组织成立专门的工作组, 起草关于测量不确定度评定的指导性文件^[3]。

此后, 经国际不确定度工作组多年的讨论和撰写, 于 1993 年以 7 个国际组织的名义联合发布了《测量不确定度表示指南》(简称 GUM1993^[4]), 并于 1995 年进行了增补修订。2008 年计量学指南联合委员会(JCGM)对 GUM1995 做了细微的修改, 发布了新版本^[5], 同年发布了 GUM 的补充文件 1^[6]。2011 年 JCGM 发布了 GUM 的补充文件 2^[7]。目前 JCGM 针对 GUM 的补充文件 3(关于建模)已提出完整草案并征求意见。

1999 年, 我国发布了 JJF1059-1999《测量不确定度评定与表示》, 其基本概念以及测量不确定度的评定和表示方法与 GUM 完全一致。2002 年, 中国实验室国家认可委员会制定了 CNAL/AG07:2002《化学分析中不确定度的评估指南》。2005 年, 国家质检总局制定了 JJF1135-2005《化学分析测量不确定度评定》。2011 年, 国家质检总局对 JJF1059-1999 进行了修订, 并制定了与 GUM 补充文件 1 相对应的《用蒙特卡洛法评定测量不确定度》, 于 2012 年分别以编号 JJF 1059.1-2012 和 JJF1059.2-2012 发布, 也是目前为止指南类文件的最新版本。

2 测量不确定度的研究现状

目前关于测量不确定度研究方面的文献主要包括两类, 分别是评定算法类和应用推广类。其中评定算法类指的是对原有方法进行改进或基于新的理论研究新的方法; 应用推广类指的是将不确定度评定应用于不同的领域并得出某些结论, 或者用于评价某领域内新方法的优劣。

2.1 评定算法类

目前测量不确定度的评定算法主要包括 7 种,

其中 GUM 法和蒙特卡洛法是由国际组织联合发布并受到国际社会公认的方法, 是完整的不确定度评定方法; 而贝叶斯分析法、灰度评定法、模糊评定法、最大熵方法和基于神经网络的间接评定法是相关领域学者为解决特定问题总结出的方法, 本质上只是基于样本数据的特定算法, 一般只对应于 GUM 所列出的不确定度来源中的某一项。

2.1.1 GUM 法

GUM 法是国际不确定度工作组最早发布的方法, 主要包括寻找不确定度来源、建立测量模型、评定标准不确定度、计算合成标准不确定度以及计算扩展不确定度五个过程。

在评定标准不确定度过程中, 各不确定度来源按可采用 A、B 两类评定方法进行评定。其中, A 类评定属于统计分析法, 该不确定度在数值上等同于标准差, GUM 中所提供的计算方法是贝塞尔公式法, 以往也采用过别捷尔斯法、极差法和最大误差法等, 但仅仅适用于正态分布, 在计算机时代没有优势; B 类评定则是基于其他方法估计概率分布或分布假设来评定标准差即标准不确定度^[8]。在计算合成标准不确定度部分, 按照方差合成定理对各个不确定度分量进行方差合成, 开方后得到合成标准不确定度。最后, 在计算扩展不确定度部分, 按照包含概率和被测量的分布两个条件查表得到包含因子, 包含因子与合成标准不确定度相乘即可得到扩展不确定度。

在 GUM 法的研究方面, 我国最早从事相关研究的是刘智敏先生, 他作为国际不确定度工作组(ISO/TAG/WG3)的成员, 参与了初版 GUM 的编写制定^[9]。在 GUM 法面世的初期, 李慎安先生对 GUM 法所提出的测量不确定度评定进行了系统的诠释, 证明了指南法给出的定义是一个可操作性定义^[10]。在国际上, 第十六届 IMEKO 世界大会探讨了对 GUM 法的补充和细化, 提出了一种结合测量程序的不确定度分步评估法^[11]。H.-J. von Martens 对 GUM 可能的简化方案进行了探讨, 解决了机械量测量中不确定度评定困难或复杂的情况^[12]。Desenfant 和 Marc Priel 等^[13]在符合 GUM 中概念和建议的背景下, 提出了重点应用于医学实验室的几种替代方法, 实验室内方法包括“建模方法”和“单实验室验证方法”; 基于协作研究的实验室间方法是

“实验室间验证方法”和“能力验证方法”。

2.1.2 蒙特卡洛法

在应对复杂模型等方面,蒙特卡洛方法(MCM)^[14]的普适性更好,没有 GUM 方法的适用性局限,为了克服在这些领域中使用 GUM 方法的困难,GUM 的补充文件 1 在 2008 年发布,建议使用蒙特卡洛模拟作为评定测量不确定度的替代方法。

蒙特卡洛模拟使用关于输入的先验信息,这些输入通过其概率分布影响不确定性,从这些分布中生成随机值,从而获得结果的后验分布。

主要包括以下步骤:

1)公式化阶段:建立数学模型并设定输入量的概率密度函数;

2)采用蒙特卡洛法传递概率分布:从输入量的联合概率密度函数抽样并进行模型评定,得到输出量分布函数的离散表示;

3)进行参数估计并报告测量结果。

在蒙特卡洛法方面,K.Weise、M.G.Cox 和 R.Willink 等^[15-17]分别研究了蒙特卡洛模拟在不确定度评定、计算扩展不确定度和确定不确定度区间中的应用。王惠民先生也研究了用蒙特卡罗法评定测量不确定度,表明当测量模型复杂或输出量概率分布非正态、明显不对称时,用 MCM 有更好效果^[18]。王伟、陈晓怀等^[19-20]则分别研究了蒙特卡洛法在复杂模型不确定度评定中的应用及测量不确定度的合成。对于蒙特卡洛法的不足部分,Robinson D.早在 1999 年就提出了用拟蒙特卡罗法进行可靠性和不确定度分析^[21]。黄美发、景晖等^[22]也表明用“拟蒙特卡罗方法”进行不确定度评定时,收敛速度更快,计算结果更稳定。

2.1.3 贝叶斯分析法

从类型上来看,贝叶斯方法^[23-24]属于统计学的方法,贝叶斯推论被用来得出概率分布,形式上,未知量被建模为随机变量,概率演算是对进行处理的技术手段。当要考虑新数据时,将使用贝叶斯定理得出未知量的后验分布。

首先贝叶斯理论可以简单地表示为:

$$h(\mu|X) \propto p(\mu)L(\mu|X) \quad (1)$$

式中, $h(\mu|X)$ 为后验密度函数; $p(\mu)$ 为先验密度函数; $L(\mu|X)$ 为样本密度函数,称之为似然函数^[25]。

由历史测量数据得出先验均值 μ_0 和均值的先

验标准差 τ , 若假设测量数据服从正态分布, 则可以认为:

$$p(\mu) \sim N(\mu_0, \tau^2)$$

所以均值 μ 的先验密度函数为:

$$p(\mu) = \frac{1}{\tau \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\tau^2}(\mu - \mu_0)^2\right\} \quad (2)$$

假如当前测量样本为 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 则样本的均值为:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

样本的标准差估计值为:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2} \quad (3)$$

则当前样本的联合密度函数(似然函数)为:

$$L(\mu|X) = \left(\frac{1}{s\sqrt{2\pi}}\right)^n \exp\left\{-\frac{1}{2s^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right\} \quad (4)$$

将式(3)和式(4)带入式(1)得出后验分布为:

$$h(\mu|X) \propto \exp\left[-\frac{(\mu - \hat{\mu})^2}{2\sigma^2}\right]$$

其中:

$$\hat{\mu} = E[h(\mu|X)] = \frac{\frac{n}{s^2} \bar{x}_n + \frac{\mu_0}{\tau^2}}{\frac{n}{s^2} + \frac{1}{\tau^2}} \quad (5)$$

$$\sigma^2 = D[h(\mu|X)] = \frac{s^2 \tau^2}{n\tau^2 + s^2} \quad (6)$$

式中, $\hat{\mu}$ 为被测量真值的估计, 代表一组测量数据所对应的估计量的值; σ 为标准不确定度, 代表测量数据的分散性。

由式(5)和式(6)的推导可知, 后验分布是先验分布与当前测量样本通过建立贝叶斯模型产生的, 也就是历史信息与当前样本信息的综合, 比仅仅利用当前样本信息更具合理性, 而贝叶斯统计推断就是从后验分布来进行参数估计的。另外贝叶斯方法评定不确定度具有继承性, 每次评定之前, 都可以把上次评定结果当作先验信息, 然后结合当前信息得出后验分布, 最后再进行不确定度评定^[26]。

在贝叶斯分析法方面, 薄晓静与陈晓怀研究了基于贝叶斯理论的测量不确定度评定^[27-28]; 针对

GUM 中回避的动态评定问题,高玉英研究了基于贝叶斯理论的动态不确定度评定方法^[29]。Clemens Elster 研究了蒙特卡洛方法与贝叶斯分析法的关系,指出了当贝叶斯法使用非信息性先验时,两种方法可得出相同的结果^[30]。

2.1.4 其他方法

有部分文献表明,在信息差(样本数据少,概率分布未知)或系统非线性严重条件下,可使用表 1 中的方法获得更为理想的评定效果。

对于灰色评定法,邓聚龙在 80 年代中期提出了灰色系统理论,主要研究“小样本不确定度”,运算十分简便^[35]。后来王中宇、秦平也对灰色评定进行了研究,并且提出了灰色评定模型^[36]。对于模糊评定

法, Virginie Lasserre 等^[37]提出了一种用模糊方法对不确定度进行评定与表达的方法,并且此方法与 ISO 指南中有关测量不确定度表示的方法兼容^[37]。王英和杨曙年也研究了基于模糊集合理论的不确定度评定法,提出采用模糊可用区间直接求取扩展不确定度^[38]。在最大熵方法方面,针对测量数据中掺杂主观因素的问题,程亮和童玲将最大熵原理用于评定测量不确定度,结果证明该方法所确定的概率分布是含有最少主观假定的分布^[39]。基于神经网络对非线性模型强大的映射能力, A.Balsamo 和 G.Mana 等^[40]研究了非线性模型中的不确定度评定问题;房亚群研究了基于神经网络的间接评定法^[41]。

表 1 信息差条件下的评定方法

Tab.1 Evaluation methods under poor information conditionss

方法名称	基本原理	优缺点
灰评定法 ^[31]	灰色系统理论	简单省时,但未全面的考虑不确定度来源。
模糊评定法 ^[32]	模糊集合理论、最优化理论、Kuhn-Tucker方程。	小样本下优于贝塞尔公式,但未全面的考虑不确定度来源。
最大熵评定法 ^[33]	最大熵方法、最小二乘法。	可将主观因素降至最低,但未全面的考虑不确定度来源。
神经网络间接评定法 ^[34]	神经网络模型、非线性映射。	在小样本且非线性严重的条件下仍能获得较高的建模精度,技术门槛高,但未全面的考虑不确定度来源。

2.2 应用推广类

测量不确定度评定最主要的应用在于下列各准确度等级的测量领域,首先,在建立国家计量基准、计量标准及国际比对方面,管西娟、赵越等^[42]研究了建立计量标准过程中的不确定度分析。董绍武和侯娟对国际时间比对中的不确定度进行了估计^[43]。其次,在标准物质、标准参考数据方面,臧慕文研究了标准物质的不确定度评定,并且在校验溶液质量浓度方面给出了评定实例^[44-45]。姚继军、张红晶等^[46]通过研究给出了同位素标准物质研制中不确定度的表达式。在测量方法、检定规范和校准规程方面, M.De Cecco 将测量不确定度应用于 3D 形状重建这一工作中,进行了测量方法的比较,得到了最优结论^[47]。B. Acko 和 T. Primozić Merkač 借助测量不确定度对螺距直径校准的三种方法进行了对比,得到了校准方法的优劣排名^[48]。在科学研究及工程中的测量方面, Yunling Wang 和 YuSang 等^[49]将不确定度评定用于比较不同方法下的室内定位精度,验证了基于核函数的室内定位方法要优于前人所提出的方法,提升了室内定位的精度。E. Ghiani

和 N. Locci 采用蒙特卡洛概率法评估了通过数字处理采样输入数据带来的测量结果的不确定性,在单通道和多通道系统中都显示了该方法的正确性^[50]。王承忠以金属材料拉伸试验为例,发表系列文章对该试验结果测量不确定度的分类、评定步骤和方法、报告与表示、有效位数等进行了系统的研究^[51-57]。

在化学领域,曹宏燕总结了分析测试中十个主要不确定度分量的评定方法,也提供了充分的分析示例^[58-67]。J.Kristiansen 等^[68]对原子吸收光谱法测定血铅的不确定度进行了评定,此外还有关于紫外可见分光光度法和火焰原子吸收光谱法^[69]以及液相色谱法^[70-71]等仪器测定方法的不确定度评定。韩永志在其“统计学在理化检验中的应用”专题讲座中给出了一些不确定度计算示例^[72-78]。魏巍、王书肖等^[79]对中国人为源 VOC(挥发性有机化合物)排放清单进行了不确定性研究,确定了 20 个影响排放水平的敏感因素。

在医学领域尤其临床医学方面, Ilenia Infusino 等^[80]证明了不确定度评定对于验证体外诊断 (IVD) 产品的质量至关重要。Rui Zhoua、Yanyan

Qinb、Andrea Padoan 等^[81-82]表明在临床实验室中测量不确定度的评定对于提高实验室测试质量和正确解释结果至关重要。王治国、王薇等^[83]也在文章中肯定了测量不确定度在临床检验中的重要作用,同时也总结了目前主要存在的困难。

在航空航天领域,杨元喜基于不确定度概念将卫星导航中的用户距离误差重新作了定义^[84],Nicholas W. Simone 等^[85]利用不确定度的量化提出了快速估计全球民航排放的方法,Andrew M. Churchill 等^[86]基于对容量不确定度的分析改善了航空网络资源的协调分配。

在海洋开发与保护领域,Wayne D.N. Dillon 等^[87]通过对钙盐关系中的不确定度传播分析改善了对海洋酸化监测数据质量的估计。在气象监测领域,朱乐坤等^[88]对自动气象站的各要素传感器的检定结果进行了不确定度的分析,并将主要系统误差控制在合理范围内,提高了自动气象站监测结果的可信度。在国防科技领域,祖先锋对军用自动测试系统的不确定度评定进行了关键技术研究,为我军武器装备检测维修和计量校准工作提供了技术支持^[89]。在验证领域,张海滨、王中宇等^[90]进行了测量不确定度评定的验证研究,采用埃奇沃斯级数与蒙特卡洛模拟得到的验证值与贝塞尔公式获得的标准差非常接近,该验证方法对不同模型计算出的测量不确定度进行了有效的验证。张楠、沈泓萃等^[91]对 ITTC 大会提出的计算流体动力学不确定度分析规程进行了验证研究,评估了对比误差和确认不确定度,完成了验证和确认过程。

除此之外在食品药品^[92-93]、交通^[94]、电力系统评估^[95-97]、光学成像^[98]、质量控制^[99]和智能机器人^[100]等领域,测量不确定度都有着重要应用。

3 总结与展望

GUM 方法基于不确定度传播律,主要适用于线性模型,面对非线性模型时,可以处理大量测量点附近近似线性的情况。当面对复杂模型时,由于灵敏系数、输入量间的相关系数以及有效自由度难以确定,GUM 方法就会因局限性而难以应用。蒙特卡洛方法作为 GUM 的补充,在处理复杂模型时适用性更广。在有些不易多次测量或者受测量条件限制的情况下,应用 GUM 会产生局限性,这时就可以借

助于历史经验数据,结合当前小样本的测量运用贝叶斯方法进行不确定度评定。同时已有的一些应用实例也证明了贝叶斯评定对单次测量、小样本测量以及大样本测量都有较为理想的评定效果^[101]。其他方法主要应用于信息差条件下,例如测量数据样本少,概率分布未知等。但辩证地来看,以 GUM 为代表的国际公认方法虽然复杂、费时,但是可以发现一些重要的不确定度来源,从而提高分析质量。其他方法虽然易于操作,但都未全面的考虑不确定度来源。总之,通过对测量不确定度多年的研究和积累,人们已经总结出了多种不确定度评定算法,为在不同情况下进行不确定度评定提供了理论支撑,同时 GUM 法也在实验室中得到了普及,在应用方面也取得了很大的进展。

此外,可看出如下发展方向:一是评定流程的自动化和智能化。除 GUM 法和早期的灰度评定方法外,其余方法都涉及到了计算机技术,因此,更加简便且适合工业领域的自动化与智能化技术必将成为未来不确定度评定的发展趋势。二是评定方法更贴近于实际应用。除 GUM 法和蒙特卡洛法外,其他方法的产生都源于与实际测量环境更接近的信息差或复杂条件下,例如系统非线性严重或无法多次测量提供大量样本,因此更加适合于复杂或极端测量情况下的不确定度评定方法也会是将来发展的方向。三是方法间的联合使用。例如模糊评定中用到了模糊理论和最优化方法,最大熵评定中用到了最大熵方法和最小二乘法,贝叶斯分析中用到了贝叶斯推论和蒙特卡洛仿真,因此方法间的融合或搭配使用也会成为未来应对不同测量条件的测量不确定度评定方法。

参考文献

- [1] JCGM. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM 3rd edition): JCGM 200: 2012[S]. 2012.
- [2] 刘建坤,朱家平,郑荣华. 测量不确定度评定研究现状及进展 [J]. 现代科学仪器, 2013(5): 12-17.
- [3] 倪育才. 实用测量不确定度评定 [M]. 第 6 版. 北京: 中国标准出版社, 2020: 3-4.
- [4] ISO. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: ISO 1993 (E)[S]. 1993.
- [5] JCGM. Evaluation of measurement data —Guide to the expression of uncertainty in measurement: JCGM 100:

- 2008[S]. 2008.
- [6] JCGM. Evaluation of measurement data —Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement”- Propagation of distributions using a Monte Carlo method: JCGM 101: 2008[S]. 2008.
- [7] JCGM. Evaluation of measurement data –Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” –Extension to any number of output quantities: JCGM 102: 2011[S]. 2011.
- [8] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 第 7 版. 北京: 机械工业出版社, 2015: 84-91.
- [9] 尚德军, 王军. 测量不确定度的研究和应用进展 [J]. 理化检验(化学分册), 2004(10): 623-627.
- [10] 李慎安. 测量不确定度诠释 [J]. 石油工业技术监督, 1998(10): 5-6.
- [11] A POSSIBLE IMPROVEMENT TO THE ISO-GUM[C]. XVI IMEKO world congress(IMEKO 2000): Proceedings. vol. 9, Topic 21 - Estimation of uncertainty and errors in measurement; Topic 23 - Expert systems in decision making; Topic 24 - Evaluation of measurement results; Topic 29 - X-ray techniques; Topic 30 - Artificial intelligence in measurement techniques. 2009: 77-82.
- [12] H. -J. von Martens. Evaluation of uncertainty in measurement - problems and tools[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2002, 38(3): 185-206.
- [13] Marc Priel, Michele Desenfant. Road map for measurement uncertainty evaluation[J]. *Measurement*, 2006, 39(9): 841-848.
- [14] 陈怀艳, 曹芸, 韩洁. 基于蒙特卡罗法的测量不确定度评定 [J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(4): 301-308.
- [15] K. Weise, H. Zhang. Uncertainty Treatment in Monte Carlo Simulation[J]. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1997, 30(17): 5971-5980.
- [16] M. G. Cox, B. R. L. Siebert. The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty[J]. *Metrologia*, 2006, 43(4): S178-S188.
- [17] R. Willink. On using the Monte Carlo method to calculate uncertainty intervals[J]. *Metrologia*, 2006, 43(6): L39-L42.
- [18] 王惠民. 用蒙特卡罗法评定测量不确定度 [J]. 临床检验杂志, 2012, 30(10): 753-757.
- [19] 王伟, 宋明顺, 陈意华, 等. 蒙特卡洛方法在复杂模型测量不确定度评定中的应用 [J]. *仪器仪表学报*, 2008(7): 1446-1449.
- [20] 陈晓怀, 薄晓静, 王宏涛. 基于蒙特卡罗法的测量不确定度合成 [J]. *仪器仪表学报*, 2005(S1): 759-761.
- [21] Robinson, D. Comparison of quasi-and pseudo-Monte Carlo sampling for reliability and uncertainty analysis[C]. Sandia Natl Lab. Structural Dynamics and Materials Conference. Albuquerque: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, 1999: 2942-2949.
- [22] 黄美发, 景晖, 匡兵, 等. 基于拟蒙特卡罗方法的测量不确定度评定 [J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(1): 120-125.
- [23] 程银宝. 现代不确定度理论及应用研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.
- [24] 张俊亮. 基于贝叶斯理论的测量不确定度评定与控制 [D]. 杭州: 中国计量大学, 2014.
- [25] 陈小昊, 陈晓怀, 李高峰. 基于贝叶斯理论的不确定度评定 [J]. *黑龙江大学工程学报*, 2012, 3(2): 116-119.
- [26] 王中宇, 夏新涛, 束坚民. 测量不确定度的非统计理论 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 13-21.
- [27] 薄晓静, 陈晓怀. 基于贝叶斯理论的测量不确定度 A 类评定 [J]. *工业计量*, 2004(4): 15-16.
- [28] 薄晓静. 基于贝叶斯理论的不确定度评定方法研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2005.
- [29] 高玉英. 基于贝叶斯理论的动态不确定度评定方法研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2007.
- [30] Clemens Elster. Bayesian uncertainty analysis compared with the application of the GUM and its supplements[J]. *Metrologia*, 2014, 51(4): 21-24.
- [31] 王中宇, 秦平. 测量不确定度的灰评定 [J]. *工程设计*, 2000(4): 89-91.
- [32] 吕晓娟, 黄美发, 孙永厚. 基于模糊集合理论的不确定度评定 [J]. *机械设计与制造*, 2008(9): 34-36.
- [33] 朱坚民, 郭冰菁, 王中宇, 等. 基于最大熵方法的测量结果估计及测量不确定度评定 [J]. *电测与仪表*, 2005, 42(8): 5-8.
- [34] 朱坚民, 王中宇, 吕延庆, 等. 基于神经网络的测量模型的建立及检验 [J]. *光学精密工程*, 2000, 8(4): 389-393.
- [35] 邓聚龙. 灰色系统理论与计量未来学 [J]. *未来与发展*, 1983(3): 20-23.
- [36] 朱坚民, 宾鸿赞, 王中宇, 等. 测量结果标准不确定度的灰色评定方法 [J]. *华中理工大学学报*, 2000(9): 84-86.
- [37] Virginie Lasserre, Laurent Foulloy, Gilles Mauris. A fuzzy approach for the expression of uncertainty In Measurement[J]. *Measurement*, 2001, 29(3): 165-177.
- [38] 王英, 杨曙年. 基于模糊集合理论评定 ICP 测量不确定度的研究 [J]. *计量技术*, 2014(11): 71-74.
- [39] 程亮, 童玲. 最大熵原理在测量数据处理中的应用 [J]. *电子测量与仪器学报*, 2009, 23(1): 47-51.
- [40] A. Balsamo, G. Mana, F. Pennechi. The expression of uncertainty in non-linear parameter estimation[J]. *Metrologia*, 2006, 43(5): 396-402.
- [41] 房亚群, 吴一凡. 测量不确定度的 BP 神经网络模型 [J]. *四川理工学院学报(自然科学版)*, 2015, 28(4): 22-26.
- [42] 管西娟, 赵越, 侯蕊, 等. 建立计量标准过程中的不确定度分析 [J]. *上海计量测试*, 2019, 46(4): 64-65.
- [43] 董绍武, 侯娟. 国际时间比对技术的不确定度估计 [C]. 中国仪器仪表学会. 2009 全国虚拟仪器大会论文集 (二): 仪器仪表学报, 2009: 3.
- [44] 臧慕文. 分析测试不确定度的评定与表示 (I) [J]. *分析试验室*, 2005(11): 79-84.
- [45] 臧慕文. 分析测试不确定度的评定与表示 (II) [J]. *分析试验室*, 2005(12): 90-95.
- [46] 姚继军, 张红晶, 李金英. 同位素标准物质量值不确定度的表达 [J]. *质谱学报*, 1999(1): 3-5.
- [47] M. De Cecco. A Unified Framework for Uncertainty, Compatibility Analysis, and Data Fusion for Multi-Stereo 3-D

- Shape Estimation[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(11): 2834-2836.
- [48] B. Acko, T. Primozić Merkač. Comparing measuring methods of pitch diameter of thread gauges and analysis of influences on the measurement results[J]. *Measurement*, 2010, 43(3): 421-425.
- [49] Yunling Wang, YuSang, JieXu. Indoor Positioning Based on Kernel Function and Analysis of Measurement Uncertainty[C]. Booz Academic Communication Center. Proceedings of the 2nd International Seminar on Computational Intelligence, Engineering and Technology(SCIET2018). Shanghai: Shanghai Xiao Yu Culture Communication Limited Company, 2018: 5.
- [50] E. Ghiani, N. Locci, C. Muscas. Auto-evaluation of the uncertainty in virtual instruments[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2004, 53(3): 672-677.
- [51] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第一讲 测量不确定度的基本概念及 A 类标准不确定度 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(1): 57-60.
- [52] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第二讲 B 类和其他类型的标准不确定度 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(2): 113-116.
- [53] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第三讲 测量不确定度的表示、有效位数及评定步骤 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(3): 167-170.
- [54] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第四讲 金属材料拉伸试验检测结果测量不确定度的评定 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(4): 220-224.
- [55] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第五讲 金属材料拉伸试验检测结果测量不确定度的评定(续)[J]. 理化检验(物理分册), 2003(5): 275-278.
- [56] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第六讲 试验机载荷示值及等离子光谱法测量结果不确定度的评定 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(6): 328-332.
- [57] 王承忠. 测量不确定度原理及在理化检验中的应用 第七讲 不确定度与误差的区别及在评定中应注意的几个问题 [J]. 理化检验(物理分册), 2003(7): 382-386.
- [58] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第一部分 测量不确定度概述 [J]. *冶金分析*, 2005(1): 77-81.
- [59] 曹宏燕. 分析测试中的测量不确定度及评定 第二部分 测量不确定度评定的基本方法 [J]. *冶金分析*, 2005(2): 84-87.
- [60] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第三部分 分析测试中主要不确定度分量的评定 [J]. *冶金分析*, 2005(3): 82-87.
- [61] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (1) 测定不锈钢中铬量的不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2005(4): 79-82.
- [62] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (2) 白云石中氧化钙和氧化镁量的测量不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2005(5): 86-90.
- [63] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (3) 测定钢中碳量的不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2005(6): 73-76.
- [64] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (4): 标准溶液配制、标定及稀释的不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2006(1): 79-85.
- [65] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (5): 电感耦合等离子体原子发射光谱法测定钢中钨量的不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2006(2): 82-85.
- [66] 张增坤, 曹宏燕, 柯瑞华. 分析测试中测量不确定度及评定 第四部分 实例 (6): 火花源原子发射光谱法测定钢中钨量的不确定度评定 [J]. *冶金分析*, 2006(3): 84-86.
- [67] 曹宏燕. 分析测试中测量不确定度及评定 第五部分 测量不确定度评定中要注意的一些问题 [J]. *冶金分析*, 2006(4): 89-94.
- [68] J. Kristiansen, J. M. Christensen, J. L. Nielsen. Uncertainty of Atomic Absorption Spectrometry: Application to the Determination of Lead in Blood[J]. *Mikrochim. Acta*, 1996, 123(3): 241-249.
- [69] J. Jürgens, L. Paama, I. Leito. The uncertainty of UV-Vis spectrophotometric and FAAS analysis for the determination of iron in pharmaceutical products[J]. *Accred. Qual. Assur.*, 2007, 12(11): 593-601.
- [70] J. Kristl, B. Krajin i, D. Brodnjak-Von ina, *et al.* Evaluation of measurement uncertainty in the determination of jasmonic acid in Lemna minor L. by liquid chromatography with fluorescence detection[J]. *Accred. Qual. Assur.*, 2007, 12(6): 303-310.
- [71] S. Alves, M. M. Correia dos Santos, M. A. Trancoso. Evaluation of measurement uncertainties for the determination of total metal content in soils by atomic absorption spectrometry[J]. *Accred. Qual. Assur.*, 2009, 14(2): 87-93.
- [72] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用——第二讲 不确定度及其评定 [J]. 理化检验(化学分册), 1999(10): 477-478.
- [73] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用 第三讲 平均值、中位值及其不确定度 [J]. 理化检验(化学分册), 1999(11): 525-526.
- [74] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用 第八讲 有效数字计算与测量结果的表示 [J]. 理化检验(化学分册), 2000(6): 286-287.
- [75] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用 第十讲 某些分析测定不确定度的计算示例 [J]. 理化检验(化学分册), 2000(9): 424-425, 427.
- [76] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用 第十讲 某些分析测定不确定度的计算示例(续)[J]. 理化检验(化学分册), 2000(10): 479.
- [77] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用 第十讲 某些分析测定不确定度的计算示例(续)[J]. 理化检验(化学分册), 2000(11): 526-527.
- [78] 韩永志. 统计学在理化检验中的应用第十讲某些分析测定不确定度的计算示例(续)[J]. 理化检验(化学分册), 2000(12): 573-574.
- [79] 魏巍, 王书肖, 郝吉明. 中国人为源 VOC 排放清单不确定性研究 [J]. *环境科学*, 2011, 32(2): 305-312.
- [80] Ilenia Infusino, Mauro Panteghini. Measurement uncertainty: Friend or foe[J]. *Clinical Biochemistry*, 2018, 57: 3-6.
- [81] Zhou Rui, Qin Yanyan, Padoan Andrea, *et al.* Different

approaches for estimating measurement uncertainty: An effective tool for improving interpretation of results[J]. *Clinica chimica acta; international journal of clinical chemistry*, 2020, 503: 223-227.

[82] Andrea Padoan, Laura Sciacovelli, Ada Aita, *et al.* Measurement uncertainty in laboratory reports: A tool for improving the interpretation of test results[J]. *Clinical Biochemistry*, 2018, 57: 41-47.

[83] 王治国, 王薇, 李小鹏. 测量不确定度及其在临床检验中应用[J]. *中国卫生统计*, 2005(2): 85-86.

[84] 杨元喜. 卫星导航的不确定性、不确定度与精度若干注记[J]. *测绘学报*, 2012, 41(5): 646-650.

[85] Nicholas W. Simone, Marc E. J. Stettler, Steven R. H. Barrett. Rapid estimation of global civil aviation emissions with uncertainty quantification[J]. 2013, 25: 33-41.

[86] Andrew M. Churchill, David J. Lovell. Coordinated aviation network resource allocation under uncertainty[J]. 2011, 48(1): 19-33.

[87] Wayne D. N. Dillon, Peter W. Dillingham, Kim I. Currie, *et al.* Inclusion of uncertainty in the calcium-salinity relationship improves estimates of ocean acidification monitoring data quality[J]. *Marine Chemistry*, 2020(3): 226.

[88] 朱乐坤, 郑丽春. 自动气象站各要素传感器检定结果的不确定度分析[J]. *应用气象学报*, 2006(5): 635-642.

[89] 祖先锋. 军用自动测试系统及其不确定度评定关键技术研究 [D]. 湖南: 国防科学技术大学, 2007.

[90] 张海滨, 王中宇, 刘智敏. 测量不确定度评定的验证研究 [J]. *计量学报*, 2007(3): 193-197.

[91] 张楠, 沈泓萃, 姚惠之. 阻力和流场的 CFD 不确定度分析探讨 [J]. *船舶力学*, 2008(2): 211-224.

[92] 文刚, 盛灿梅. 食用植物油中酸价测定的不确定度评定 [J]. *食品与机械*, 2006(3): 144-146.

[93] 胡贝贞, 蔡海江, 宋伟华. 茶叶中氟虫腈等 8 种农药残留的液相色谱-串联质谱法测定及不确定度评定 [J]. *色谱*, 2012, 30(9): 889-895.

[94] 袁泉, 李一兵. 车辆交通事故再现能量方法的不确定度评定 [J]. *中国公路学报*, 2002(1): 113-115.

[95] 何光宇, 董树锋. 基于测量不确定度的电力系统状态估计 (一) 结果评价 [J]. *电力系统自动化*, 2009, 33(19): 21-24, 35.

[96] 何光宇, 董树锋. 基于测量不确定度的电力系统状态估计 (二) 方法研究 [J]. *电力系统自动化*, 2009, 33(20): 32-36.

[97] 何光宇, 董树锋. 基于测量不确定度的电力系统状态估计 (三) 算法比较 [J]. *电力系统自动化*, 2009, 33(21): 28-31, 71.

[98] 李幼平, 禹秉熙, 王玉鹏, 等. 成像光谱仪辐射定标影响量的测量链与不确定度 [J]. *光学精密工程*, 2006(5): 822-828.

[99] 陶本藻. GIS 质量控制中不确定度理论 [J]. *测绘学院学报*, 2000(4): 235-238.

[100] 李睿, 曲兴华. 工业机器人运动学参数标定误差不确定度研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(10): 2192-2199.

[101] 朱坚民. 测量不确定度的非统计评定理论与方法 [D]. 湖北: 华中科技大学, 2001.

本文编辑: 李润芝

(上接第 123 页)

[3] 姚弘, 陈利. 砝码: JJG 99-2006[S]. 北京: 中国计量出版社, 2007.

[4] H E Almer, H F Swift. Gravitational configuration effect upon precision mass measurements[J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1975, 46(9): 1174-1176.

[5] M G Cox. The evaluation of key comparison data[J]. *Metrologia*, 2002, 39: 589-595.

[6] X T Zhao, H Z Jiang, S T Zheng, *et al.* Precision gravity center position measurement system for heavy vehicles[J]. *Key Engineering Materials*, 2006, 315-136: 788-791.

[7] 王保贵, 张洪伟, 赵阳. 质心测量平台实现方法及精度分析 [J]. *测试技术学报*, 2008, 22(3): 198-202.

[8] X Zhang, M Wang, W Tang. A flexible measurement technique for testing the mass and center of gravity of large-sized objects[J]. *Meas. Sci.*, 2020, 31: 015006.

[9] R S Davis. Device to locate the centre of mass of a test object to within a precision of micrometres[J]. *Meas. Sci.*, 1995, 6: 227-229.

[10] Zhong Ruilin, Lee Sungjun, Wang Jian. Research on Detecting the Center of a Weight[C]. XXI IMEKO Congress, Prague, 2015: 369-372.

[11] 倪育才. 实用测量不确定度评定 [M]. 第 2 版. 北京: 中国计量出版社, 2008: 61-79.

[12] A Picard, R S Davis, M Gläser, *et al.* Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007)[J]. *Metrologia*, 2008, 45: 149-155.

本文编辑: 季杨