

# 不确定度至 E-5 量级的微牛级力值计量装置研究

张凯, 白洋\*, 张智敏

中国计量科学研究院, 北京 100029



**【摘要】** 微牛级力值的测量技术广泛应用于空间探测、生物材料分析与微纳制造等领域的研究。基于静电力天平原理, 设计并搭建了一套用于微牛级力值测量的装置, 针对前期研究中测量装置的铅垂向刚度过大和圆柱形电容器同轴度对准误差较大的问题, 通过优化设计四边形柔性枢轴的结构降低了系统在铅垂向的刚度, 提升了静电力天平的力值分辨力, 并基于圆柱形电容器的电容特性实现了对内、外电极同轴度的校准。经过实验测量, 设计的微牛级力值计量装置具备了将 100  $\mu\text{N}$  力值的测量不确定度控制在 E-5 量级的能力。此项研究成果将为微牛级力值测量基准装置的建立和微牛级力值量传方法的研究做出重要贡献。

**【关键词】** 计量学; 普朗克常数; 静电力天平; 微牛级力值; 柔性枢轴; 圆柱形电容器

**【中图分类号】** TB931

**【文献标识码】** A

**【文章编号】** 2096-9015(2023)07-0034-06

**DOI:** 10.12338/j.issn.2096-9015.2023.0194

**【引用本文】** 张凯, 白洋, 张智敏. 不确定度至 E-5 量级的微牛级力值计量装置研究 [J]. 计量科学与技术, 2023, 67(7): 34-39, 33.

## An Instrument for Micro-Newton Force Measurement with Uncertainty in E-5

ZHANG Kai, BAI Yang, ZHANG Zhimin

National Institute of Metrology, Beijing 100029, China

Corresponding author: BAI Yang, Email: baiyang@nim.ac.cn

**【Abstract】** Micro-newton force measurement technology, extensively employed in the domains of space exploration, bio-materials analysis, and micro-nano manufacturing, plays a pivotal role. This study presents a device constructed based on the principle of electrostatic force balance, aimed at measuring micro-newton force values. Addressing the issues encountered in preliminary research, such as excessive stiffness in the vertical direction and significant alignment error of cylindrical capacitors, structural optimization of quadrilateral flexible pivots was undertaken to diminish system stiffness vertically, thereby enhancing the force resolution of the electrostatic force balance. Additionally, calibration of the concentricity of the inner and outer electrodes was achieved based on the capacitance characteristics of cylindrical capacitors. Experimental assessments revealed that the devised micro-newton force measurement device adeptly confines the measurement uncertainty of 100  $\mu\text{N}$  force values to the E-5 level. The outcomes of this research are poised to significantly contribute to the establishment of micro-newton force measurement standard devices and further research on micro-newton force measurement methodologies.

**【Key words】** metrology, Planck's constant, electrostatic force balance, micro-newton force, flexible pivots, cylindrical capacitor

## 0 引言

现代空间探测及微纳制造等研究领域, 对微牛级力值的测量提出了高分辨率和高准确度的要求<sup>[1-5]</sup>。例如, 空间飞行器的离子推进器在姿态控制、轨道

维持与转移等任务中发挥着重要作用, 其微推力的范围通常在 1 ~ 500  $\mu\text{N}$  之间, 测量不确定度需要达到 E-5 量级<sup>[6-8]</sup>。MEMS (Micro-Electromagnetical Systems) 技术广泛应用于微型机器人、智能医疗设

收稿日期: 2023-08-21; 修回日期: 2023-09-21

基金项目: 中国计量科学研究院重点领域项目 (AKYZD2005); 中国计量科学研究院基本科研业务费项目 (AKYCX2302)。

作者简介: 张凯 (1989-), 中国计量科学研究院助理研究员, 研究方向: 微纳力值计量与微悬臂刚度校准, 邮箱: zhang-kai@nim.ac.cn; 通讯作者: 白洋 (1988-), 中国计量科学研究院副研究员, 研究方向: 千克量子化定义与复现, 邮箱: baiyang@nim.ac.cn。

备和便携电子产品中,其内部元件接触力的范围通常在 1~100 μN 之间,由于内部元件极易损坏因此要求测量不确定度需要达到 E-6 量级<sup>[9-11]</sup>。原子力显微镜(Atomic Force Microscopes, AFMs)广泛应用于微纳结构表面形貌和特征参数的测量,为了提高测量精度,要求用于探针微悬臂刚度校准的微牛级力值范围在 10~500 μN,不确定度小于 E-4 量级<sup>[12-15]</sup>。传统的力值测量需要将测量结果溯源至国际单位制标准中的质量实物基准,由于千克(kg)砝码实物基准向毫克(mg)量级砝码分量传递时相对不确定度会增大 2500 倍,导致微牛级力值溯源至 kg 砝码实物基准的不确定度只能达到 E-3 量级,无法满足以微型化、智能化和数字化为代表的未来高质量工业发展对微牛级力值计量的需求<sup>[16-18]</sup>。因此,采用基于静电力天平原理的微牛级力值计量方法可将力值转化为已量子化的长度、时间和电荷等基准,摆脱力值测量与溯源对实物砝码的依赖,实现微牛级力值向普朗克常数( $h$ )的直接溯源,使其测量不确定度可由现有的 E-3 量级突破至 E-5 量级甚至更高<sup>[19-20]</sup>。

目前,国外主要有美国标准技术研究院(National Institute of Standards and Technology, NIST)<sup>[21-23]</sup>、英国国家物理实验室(National Physical Laboratory, NPL)<sup>[24-25]</sup>和德国联邦物理技术研究院(Physikalisch-Technische Bundesanstalt, PTB)<sup>[26-27]</sup>等分别基于圆柱形电容器、平行电极板和平行电极圆盘开发微牛级力值测量装置,总体已经可以实现微牛级力值的精准测量,并将测量不确定度控制到 E-5 量级。国内主要有天津大学和中国计量科学研究院开发的基于圆柱形电容器的微牛级力值测量装置,目

前在 10~100 μN 范围内可将力值测量不确定度控制到 5.8E-4<sup>[28-29]</sup>。但是由于用于支撑内电极铅垂方向运动的柔性枢轴结构刚度过大,导致计量装置力值分辨力不足,限制了提升微牛级力值计量装置测量准确度的能力。此外,现有的圆柱内、外电极校准方法是根据高分辨率的静态图像应用机器视觉的方法,从外部对圆柱电极的相对空间位姿进行测量,此方法对电极的加工精度、光学镜头的分辨力和实验装置的空间布局都有很高的要求,因此无法保证圆柱电极的空间位姿校准精度。因此,本文通过对柔性枢轴系统轴承结构和圆柱形电容器内、外电极同轴度校准方法的优化,基于静电力天平原理设计搭建了一套微牛级力值测量装置,成功实现了将微牛级力值测量结果不确定度控制到 E-5 量级的目标。

### 1 测量原理

基于静电力天平原理的微牛级力值测量装置简图如图 1 所示。圆柱形电容器的外电极固定在支撑底座上,内电极通过四边形柔性枢轴结构悬停在外电极中,砝码加载后内电极可沿外电极轴线的铅垂向运动,差分激光干涉仪用于测量内、外电极的相对运动位移量。扫描开关用于切换电容测量模式和电压加载模式,在电容测量模式中,内、外电极与电容电桥的测量端相连接,用于实时测量电容值的变化量。在电压加载模式中,内、外电极与电压源的输出端相连接,通过在电极两端加载电压可产生静电力使内电极沿着铅垂向运动。圆柱形电容器产生的静电力  $F_e$  可用式(1)表示<sup>[21]</sup>。

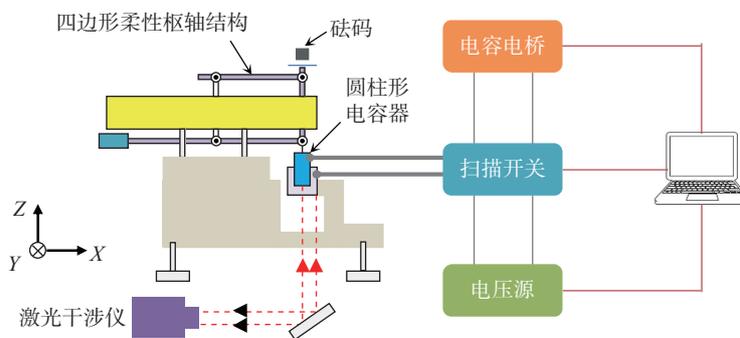


图 1 静电力天平测量装置简图

Fig.1 Schematic of the electrostatic force balance measurement device

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{dC}{dz} V^2 \quad (1)$$

式中,  $dC/dz$ 表示电容器在铅垂方向的电容梯度;

$V$ 表示加载在圆柱形电容器内、外电极的电势差。

从上式可以发现,使用静电力天平进行微牛级力值

测量时,首先需要将圆柱形电容器的电容梯度进行测量。通过纳米级精度驱动平台推动外电极在零点位置附近沿着铅垂方向做往复运动,使用电容电桥和激光干涉仪分别测量电容信号与位移信号的变化量,通过最小二乘法拟合得到电容器的电容梯度。然后,切换扫描开关线路将电压源与圆柱形电容器内、外电极相连接,将位移信号作为PID控制系统中的反馈信号,使得砝码加载前、后电容器内、外电极在铅垂向的相对距离保持不变,此时电压源加载至内、外电容器两端的电压将不同,通过式(2)就可以计算出砝码的力值  $F_w$ 。

$$F_w = \frac{1}{2} \frac{dC}{dz} (V_U^2 - V_L^2) \quad (2)$$

式中,  $V_U$  和  $V_L$  表示砝码加载前、后电容器内、外电极的电势差。

静电力天平装置中四边形柔性枢轴结构的三维图如图2所示。为了降低柔性枢轴结构在运动过程中内部的摩擦力和蠕变,并提高静电力天平的力值灵敏度,使用簧片型柔性轴承作为四边形柔性枢轴系统中各杆件的连接件。根据虚功原理,假设柔性枢轴结构中除柔性轴承外其余杆件均为刚体,机构变形所产生的弹性应变能等于每个柔性轴承产生的弹性应变能总和,因此四边形柔性枢轴系统的刚度  $k$  可用式(3)计算<sup>[30]</sup>。

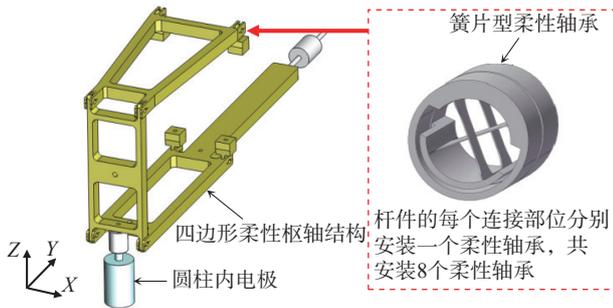


图2 静电力天平装置中四边形柔性枢轴结构三维图  
Fig.2 3D diagram of quadrilateral flexible pivots structure in the electrostatic force balance device

$$k = \frac{n \cdot k_f}{l} \quad (3)$$

式中,  $l$  表示力值加载点与四边形柔性枢轴运动中心之间的水平距离;  $k_f$  表示单个柔性轴承的刚度;  $n$  表示系统中柔性轴承的个数。为了提高力值测量装置的灵敏度,需要使力值加载点远离柔性枢轴运动中心并且降低单个柔性轴承的刚度。但是过大的  $l$  会导致微牛级力值测量装置中杆件的热变形与蠕变增

加,因此可通过降低单个柔性轴承的刚度来提升微牛级力值测量装置的力值分辨力。

电容梯度表示的是圆柱形电容器的电容量相对于内、外电极位移量的变化幅度,通常以力值测量实验前后两次电容梯度的平均值作为砝码重力的计算参数。理想情况下,电容梯度由内、外圆柱电极的半径与中间填充物质的介电常数共同决定,但是由于制造和装配误差的影响,导致内、外圆柱电极半径沿法向不等,存在的径向偏移量与倾角会影响电容值,最终在电容梯度的测量结果中引入偏差,因此需要在测量前校准圆柱形电容器的空间位姿。圆柱电容器偏移量  $e$  和倾角  $\theta$  对电容梯度的影响可以分别用式(4)和式(5)来表示。

$$\frac{dC}{dz} = \frac{2\pi\epsilon}{\log \frac{R_1^2 + R_2^2 - e^2 + \sqrt{((R_2 + R_1)^2 - e^2)((R_2 - R_1)^2 - e^2)}}{2R_1R_2}} \quad (4)$$

$$\frac{dC}{dz} = \frac{2\pi\epsilon}{\log \left( \frac{R_1^2 + R_2^2 - \Delta l^2 \sin^2 \theta}{2R_1R_2} + \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2 - \Delta l^2 \sin^2 \theta}{2R_1R_2} - 1} \right)} \quad (5)$$

式中,  $R_1$  和  $R_2$  分别表示圆柱电容器内电极的外圆半径和外电极的内圆半径;  $\epsilon$  表示空气的介电常数。图3表示理论上圆柱内、外电极径向偏移量与倾角对电容梯度的影响。可以发现,任意微小的径向偏移量和倾角都将使得电容梯度的测量值增大,当圆柱电容器的内、外电极同轴时,电容梯度的测量值最小。因此实验中可采用外电极固定,通过在水平方向移动内电极将电容值降低至最小值的方式校准圆柱内外电极的同轴度,保证电容梯度的测量准确性。

## 2 测量实验装置搭建

根据测量原理搭建微牛级力值实验装置,装置主体使用 7075 铝合金制造,表面镀层处理防止氧化腐蚀。圆柱形电容器的电极材料采用 6061 铝合金制造,内电极的内、外径分别为 18 mm 和 20 mm,外电极的内、外径分别为 21 mm 和 23 mm,表面粗糙度小于 10 nm。柔性轴承采用 Riverhawk 公司的 5004-800 系列产品,标称刚度为 0.0013 N/m。电容电桥采用 Andeen-Hagerling 公司的 AH-2700A。差分激

光干涉仪采用 Renishaw 公司的单轴差分 RLE20 DI 激光系统。电压源采用 Keithley 公司的高精度数字源表 SourceMeter 2410。根据测量原理,开发用于电容梯度测量与力值测量的自动控制程序,可以完成微纳驱动平台的控制,砝码的自动加卸载,PID 控制中电压的自动加卸载,测量数据的计算和保存等功能。搭建的微牛级力值测量装置如图 4 所示,为了消除电容器表面电势对力值测量结果的影响,在单次力值测量实验中采用正、负电压循环加载的方式测量力值。完成测量光路的校准后,可以得到内、外电极的相对位移信号,通过导线连接圆柱电容器至电容电桥可以测量得到电容信号,位移信号和电容信号在 2 小时内噪音实验结果如图 5 所示。位移信号的噪音为 1.25  $\mu\text{m}$ ,线性漂移小于 10 nm,电容信号的噪音为 0.001 pF,线性漂移小于 2E-6 pF,满足实验测量要求。用于实验测量的 E2 级 10 mg 砝码和实验室所在地的重力加速度校准结果如表 1 所示。

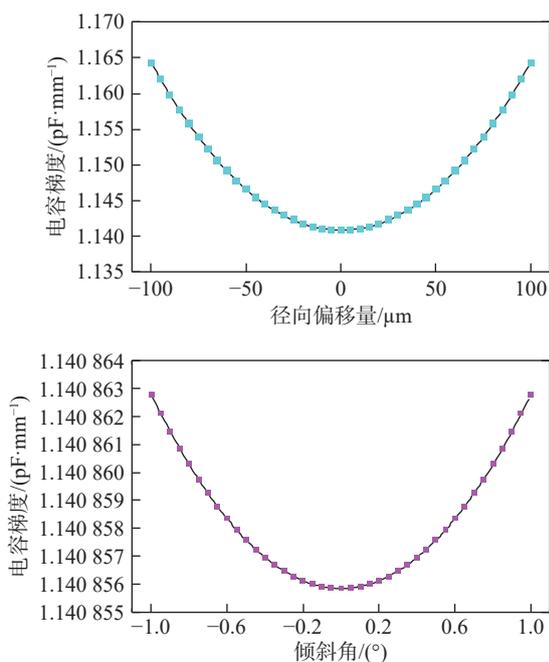


图 3 内、外电极径向偏移量和倾斜角对电容梯度的影响  
Fig.3 Influence of radial offset and tilt angle of inner and outer electrodes on capacitance gradient

### 3 力值测量实验结果与分析

#### 3.1 电容梯度的测量

圆柱形电容器同轴度校准结果如图 6 所示,可以发现随着横向位移的变化,电容值表现出先降低后升高的变化规律,在两个电极轴心偏移量最小时

电容值最小,实验结果和理论计算结果相符,因此可根据电容器特性完成电容器水平位姿的校准。然后,在 72 小时内对静电力天平零点位置附近的电容梯度进行 3 次独立的测量,每次连续测量 160 次,外电极运动范围为 $\pm 100 \mu\text{m}$ ,单步距离为  $50 \mu\text{m}$ ,实验结果如图 7 所示。图 7(a)表示 24 小时内连续测量 160 次的电容梯度分布图,电容梯度在区间内呈现均匀分布的态势,平均值为  $1.1277\text{E}-3 \text{ pF}/\mu\text{m}$ ,标准差为  $2.44\text{E}-7 \text{ pF}/\mu\text{m}$ ,相对标准差为  $1.72\text{E}-5$ ;图 7(b)表示三次独立测量的电容梯度平均值和标准差。可以发现在零点位置附近,电容梯度 72 小时内测量结果呈现较好的一致性,表明现有的实验装置中电容梯度的测量准确度和重复性满足实验要求。

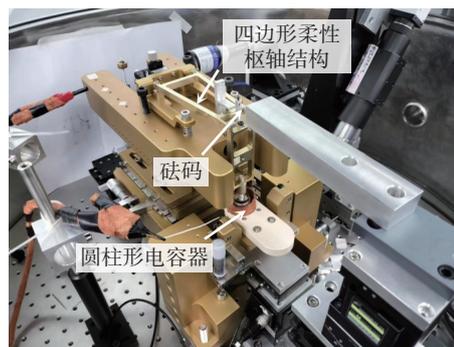


图 4 静电力天平装置实物图  
Fig.4 Physical model of the electrostatic force balance device

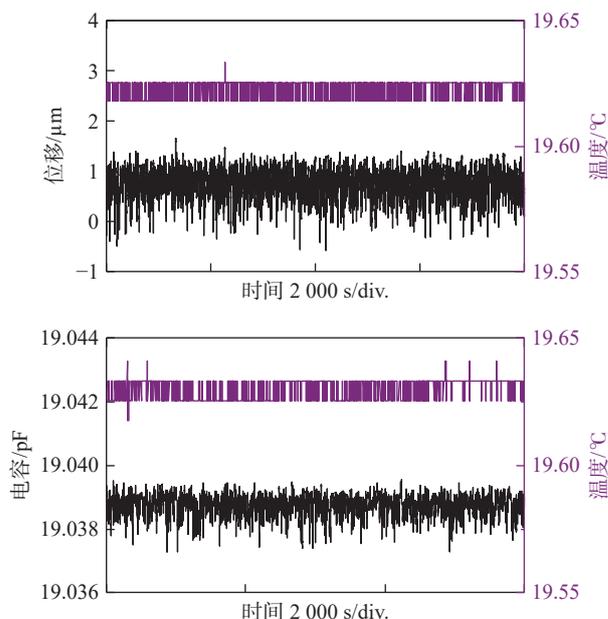


图 5 激光干涉仪与电容电桥的稳定性实验结果  
Fig.5 Experimental results on the stability of laser interferometer and capacitance bridge

**表 1 10 mg 砝码质量与重力加速度的校准结果**  
**Tab.1 Calibration results of 10 mg weight with gravitational acceleration**

砝码质量	重力加速度	重力值
10.0019 mg	9.8012 m/s <sup>2</sup>	98.0306 μN

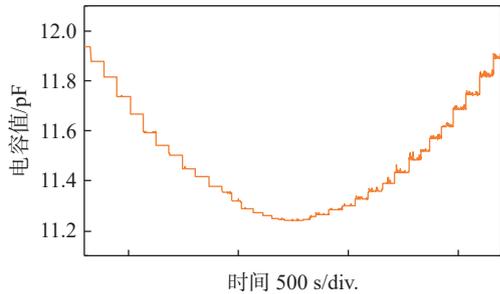
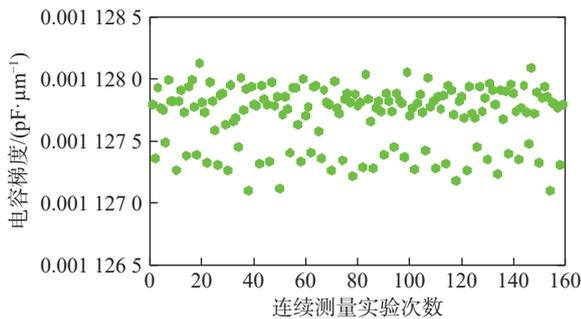
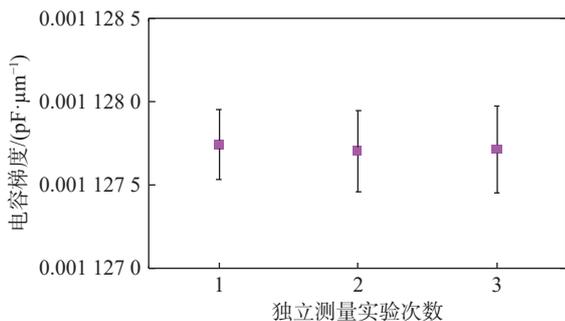


图 6 圆柱形电容器同轴对准结果

Fig.6 Results of cylindrical capacitor coaxial alignment



(a) 24小时内连续测量160次的电容梯度分布图



(b) 三次独立测量的电容梯度平均值和标准差

**图 7 电容梯度的分散性与重复性实验结果**  
**Fig.7 Experimental results on dispersion and repeatability of capacitance gradient measurements**

### 3.2 力值的测量

本次实验中使用 10 mg 砝码的加卸载来测试微牛级力值计量装置在铅垂向的刚度, 实验结果如图 8 所示。在 10 mg 砝码的重力作用下, 内电极在铅垂向产生了 175.852 μm 的位移, 刚度测量结果 (0.557 N/m) 接近理论值 (0.615 N/m), 偏差的原因是由单个柔性枢轴的刚度存在偏差导致的。力值测量实验中为了消除电容器表面电势对力值测量结果的

影响, 采用正、负电压循环加卸载的力值测量模式, 单次力值测量中电压信号变化量与相应的位移信号变化量如图 9 所示。

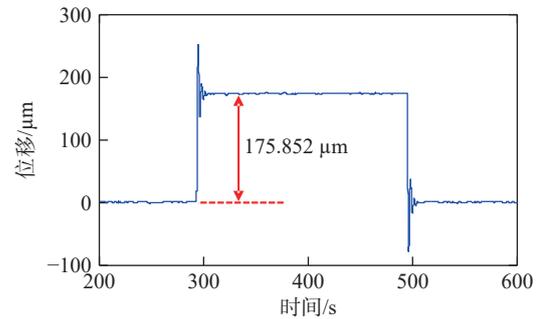
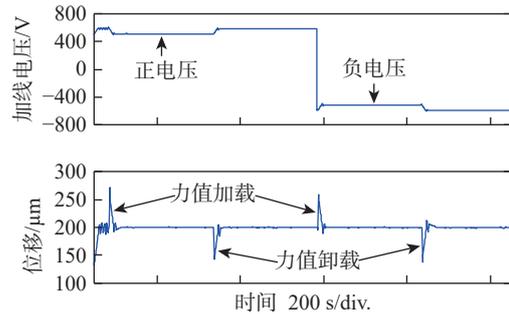


图 8 静电力天平的刚度测量结果

Fig.8 Measurement results of stiffness in the designed electrostatic force balance



**图 9 力值测量实验中电压控制模式和相应的位移变化**  
**Fig.9 Voltage-controlled mode and corresponding displacement variation in force measurement experiment**

根据实验要求完成控制程序的开发后, 在 24 小时内对 10 mg 砝码的力值进行了 30 次的连续测量, 实验结果如图 10 所示。

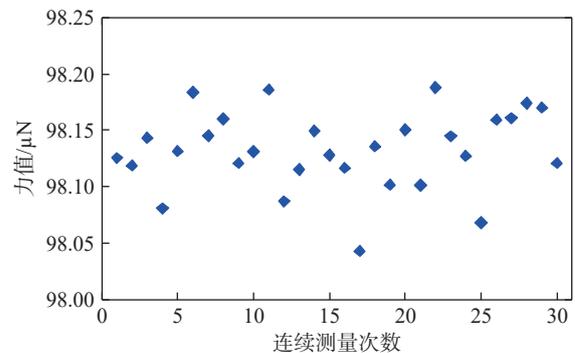


图 10 30 次连续测力实验结果

Fig.10 Results of 30 consecutive force measurement experiments

力值测量结果平均值为 98.1321 μN, 标准偏差为 0.0341 μN。测量结果相比砝码的实际力值大约

0.1029%，大于力值测量不确定度的范围，可能的原因是连接圆柱内电极的导线安装方式不当产生的微小力值影响了砝码的重力测量结果，将会在今后的实验中对这一部分进行改进。根据实验测量结果，10 mg 砝码的测量不确定度如表 2 所示。可以发现，通过对实验装置的改进，可以将微纳力值测量结果的相对标准不确定度控制在 7.09E-5。

**表 2 10 mg 砝码力值测量不确定度**  
**Tab.2 Uncertainty budget in the measurement of 10 mg weight force**

不确定度来源	类别	不确定度分量
电容电桥	B	5.00E-7
激光干涉仪	B	1.00E-8
电压源	B	2.50E-5
力值分辨力	B	7.20E-6
电容梯度重复性	A	1.72E-5
同轴度	B	1.25E-5
力值重复性	A	6.24E-5
10 mg 砝码力值测量的合成标准不确定度(k=1)		7.09E-5

#### 4 结论

随着力值溯源体系从实物基准逐渐转变为量子基准，使得微牛级力值的测量结果直接溯源至普朗克常数成为可能，将极大的提升微牛级力值的测量准确度。本文针对静电力天平的研究中柔性枢轴系统在铅垂方向刚度过大和圆柱形电容器同轴度校准困难的问题，设计了用于静电力天平的四边形柔性枢轴结构，并根据电容特性提出了圆柱形电容器的同轴度校准方法。实验结果表明，采用新的方法可将柔性枢轴结构在铅垂方向的刚度降低至 0.557 N/m，圆柱形电容器同轴度误差控制在±3 μm。同时，10 mg 砝码的力值测量结果表明搭建的静电力天平装置可将微牛级力值测量结果的不确定度控制在 E-5 量级。在下一步的研究中将会改善连接内电极导线的固定方式，降低砝码重力的测量误差，同时对 1 ~ 500 μN 范围内力值测量的准确性和重复性进行实验验证。

#### 参考文献

[1] DANDAVINO S, ATAMAN C, RYAN C N, *et al.* Microfabricated electrospray emitter arrays with integrated extractor and accelerator electrodes for the propulsion of small spacecraft[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2014, 24(7): 075011.

[2] SONI J, ROY S. Design and characterization of a nano-Newton resolution thrust stand[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2013, 84(9): 095103.

[3] WEI Y, XU Q, BEUTEL T, *et al.* Cell manipulation system based on a self-calibrating silicon micro force sensor providing capillary status monitoring[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12(10): 3075-3081.

[4] PRUCHNIK B, ORIOWSKA K, ŚWIADKOWSKI B, *et al.* Microcantilever-based current balance for precise measurement of the photon force[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13(1): 466.

[5] MARTÍNEZ-MARTÍN D, FLÄSCHNER G, GAUB B, *et al.* Inertial picobalance reveals fast mass fluctuations in mammalian cells[J]. *Nature*, 2017, 550(7677): 500-505.

[6] DANZMANN K. LISA mission overview[J]. *Advances in Space Research*, 2000, 25(6): 1129-1136.

[7] WANG A, WU H, TANG H, *et al.* Development and testing of a new thrust stand for micro-thrust measurement in vacuum conditions[J]. *Vacuum*, 2013, 91: 35-40.

[8] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试 [J]. *深空探测学报*, 2020, 7(1): 3-10.

[9] GAO W, LIU C, LIU T, *et al.* An area-variant type MEMS capacitive sensor based on a novel bionic swallow structure for high sensitive nano-indentation measurement[J]. *Measurement*, 2022, 200: 111634.

[10] PAYNE C J, RAFII-TARI H, MARCUS H J, *et al.* Hand-held microsurgical forceps with force-feedback for micromanipulation[C]. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2014: 284-289.

[11] 李正坤, 白洋, 许金鑫, 等. 中国计量院在千克重新定义方面的工作和贡献 [J]. *计量技术*, 2019(5): 28-33.

[12] KIM M S, CHOI J H, KIM J H, *et al.* Accurate determination of spring constant of atomic force microscope cantilevers and comparison with other methods[J]. *Measurement*, 2010, 43(4): 520-526.

[13] GEORGAKAKI D, MITRIDIS S, SAPALIDIS A A, *et al.* Calibration of tapping AFM cantilevers and uncertainty estimation: Comparison between different methods[J]. *Measurement*, 2013, 46(10): 4274-4281.

[14] 陈庆超. AFM 微悬臂梁法向弹性系数标定技术 [D]. 天津: 天津大学, 2012.

[15] BURNHAM N A, CHEN X, HODGES C S, *et al.* Comparison of calibration methods for atomic-force microscopy cantilevers[J]. *Nanotechnology*, 2002, 14(1): 1.

[16] STAMBAUGH C, SHAKEEL H, LITORJA M, *et al.* Linking mass measured by the quartz crystal microbalance to the SI[J]. *Metrologia*, 2020, 57(2): 025002.

[17] JABBOUR Z J, YANIV S L. The kilogram and measurements of mass and force[J]. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 2001, 106(1): 25.

[18] STOCK M. Watt Balance Experiments for the Determination of the Planck Constant and the Redefinition of the Kilogram[J]. *Metrologia*, 2013, 50(1): R1-R16.

[19] 张忠华, 李世松. 质量量子标准研究的新进展 [J]. *仪器仪表学报*, 2013, 34(9): 1921-1926.

- [3] 陈帅. 基于强化学习的微电网能量管理与调度 [D]. 北京: 北京科技大学, 2023.
- [4] 李安香, 杨鲲, 武彤, 等. 能源管理系统测评方法 [J]. 计量科学与技术, 2021, 65(7): 69-72, 56.
- [5] 郭佳茹. 可再生能源技术创新与碳生产率: 空间效应和渠道效应 [D]. 太原: 山西财经大学, 2023.
- [6] 赵平飞, 汤斌, 杨易, 等. 可再生能源消费、经济增长、人口规模与碳排放——基于“一带一路”国家的实证 [J]. 时代经贸, 2023, 20(2): 16-20.
- [7] 杨绪青. 耦合电加热的压缩空气储能系统集成研究与性能分析 [D]. 青岛: 青岛科技大学, 2022.
- [8] 孙建龙. 微电网若干工程关键技术研究 [D]. 南京: 东南大学, 2016.
- [9] 任洪波, 吴琼, 高伟俊. 城市能源面域利用的发展与展望 [J]. 华东电力, 2014, 42(10): 2169-2173.
- [10] 王志杨, 张靖, 何宇, 等. 数据与模型混合驱动的区域综合能源系统双层优化调度决策方法 [J]. 电网技术, 2022, (10): 3797-3813.
- [11] 李博文, 张丽玮, 冯洪庆. 基于多元非线性分布式能源系统的运行预测研究 [J]. 太阳能学报, 2023, 44(6): 137-144.
- [12] 张栋莉, 杨万均, 崔兵兵, 等. 一种野外环境太阳辐射测量仪的信号处理方法 [J]. 计量科学与技术, 2022, 66(3): 34-40.
- [13] 周文, 夏京平. 光伏发电系统引入计量技术机构的可行性研究 [J]. 计量技术, 2016, 497(1): 23-27.
- [14] 董佳瑜, 王辉, 赵文会, 等. 考虑空调负荷响应潜力的配电网电力弹性平衡方法 [J]. 上海电力大学学报, 2023, 39(3): 219-225.
- [15] Hu J, Cao J, Guerrero J M, *et al.* Improving Frequency Stability Based on Distributed Control of Multiple Load Aggregators[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(4): 1553-1667.
- [16] 蔺伟山, 王小君, 孙庆凯, 等. 不确定性环境下基于深度强化学习的综合能源系统动态调度 [J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(18): 50-60.

本文编辑: 霍祎炜

(上接第 39 页)

- [20] 白洋, 鲁云峰, 廖福剑, 等. 能量天平激光干涉测量系统闲区长度测量方法研究 [J]. 计量科学与技术, 2022, 66(4): 34-39.
- [21] GORDEN A S, JULIAN S, JOHN A K, *et al.* Milligram mass metrology using an electrostatic force balance[J]. Metrologia, 2016, 53(2): A86-A94.
- [22] SCHLAMMINGER S, HADDAD D, SEIFERT F, *et al.* Determination of the Planck constant using a watt balance with a superconducting magnet system at the National Institute of Standards and Technology[J]. Metrologia, 2014, 51(2): S15.
- [23] STEINER R L, WILLIAMS E R, LIU R, *et al.* Uncertainty Improvements of the NIST Electronic Kilogram[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(2): 592-596.
- [24] SIENKNECHT V, FUNCK T. Realization of the SI unit volt by means of a voltage balance[J]. Metrologia, 1986, 22(3): 209.
- [25] NESTEROV V, MUELLER M, FRUMIN L L, *et al.* A new facility to realize a nanonewton force standard based on electrostatic methods[J]. Metrologia, 2009, 46(3): 277.
- [26] LEACH R K, CLAVERLEY J, GIUSCA C, *et al.* Advances in engineering nanometrology at the National Physical Laboratory[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(7): 074002.
- [27] KIM M S, PRATT J R. SI traceability: Current status and future trends for forces below 10 microNewtons[J]. Measurement, 2010(43): 169-182.
- [28] 刘明, 林玉池, 郑叶龙, 等. 利用静电场原理复现微纳力值的实验研究 [J]. 传感技术学报, 2012, 25(1): 17-25.
- [29] 张国强, 赵美蓉, 蔡雪. 电容法微力测量中轴偏对电容梯度的影响 [J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(1): 14-20.
- [30] 王越, 白洋, 李正坤. 能量天平高灵敏度力传感装置研究 [J]. 计量科学与技术, 2023, 67(4): 11-17.

本文编辑: 霍祎炜