

# 一种基于快速迭代自适应算法的毫米波雷达波达角高精度测量方法



于丹阳, 杜磊\*

中国计量科学研究院, 北京 100029

**【摘要】** 迭代自适应算法 (Iterative Adaptive Algorithm, IAA) 是一种超分辨率算法, 广泛用于毫米波雷达波达角 (Direction Of Arrival, DOA) 的高精度测量之中。然而, 传统的 IAA 存在算法复杂、计算结果迟滞的问题, 难以适用于对实时性要求较高的场景。此外, 为了解决信源位置与网格字典不匹配而导致角度测量误差较大的问题, 常采用网格细化的方法, 这将进一步加剧 IAA 计算缓慢的问题。针对上述问题, 提出了一种快速迭代自适应算法 (Fast Iterative Adaptive Algorithm, FIAA)。FIAA 采用粗细网格分次测量信源角度。首先在全空域内进行粗网格划分并使用 IAA 计算出真实信源的潜在区域, 然后在信源潜在区域内进行细网格划分并更新信号方向矩阵, 最后使用具有正则化协方差矩阵的 IAA 对信源角度进行高精度测量。实验结果表明, FIAA 可以有效避免对非信源潜在区域的扫描与计算, 计算耗时至少降低为 IAA 的 4%, 并在信噪比高于 0dB 时与 IAA 的计算精度基本一致, 适用于高实时、高精度的毫米波雷达波达角测量场景之中。

**【关键词】** 计量学; 毫米波雷达; 迭代自适应; 波达角测量; 网格划分

**【中图分类号】** TB936

**【文献标识码】** A

**【文章编号】** 2096-9015(2024)11-0003-07

**DOI:** 10.12338/j.issn.2096-9015.2024.0198

**【引用本文】** 于丹阳, 杜磊. 一种基于快速迭代自适应算法的毫米波雷达波达角高精度测量方法 [J]. 计量科学与技术, 2024, 68(11): 3-9, 21.

## A High-Accuracy Direction of Arrival Measurement Method for Millimeter-Wave Radar Based on a Fast Iterative Adaptive Algorithm

YU Danyang, DU Lei

National Institute of Metrology, Beijing 100029, China

Corresponding author: DU Lei, Email: [dulei@nim.ac.cn](mailto:dulei@nim.ac.cn)

**【Abstract】** The Iterative Adaptive Algorithm (IAA) is a super-resolution algorithm widely applied for high-accuracy direction of arrival (DOA) measurements in millimeter-wave radar systems. However, traditional IAA faces challenges such as algorithmic complexity and computational delays, rendering it unsuitable for real-time applications. Additionally, to mitigate angle estimation errors caused by mismatches between the source locations and the grid dictionary, grid refinement is commonly employed, further exacerbating the slow computational performance of the IAA. To address these issues, this paper proposes a Fast Iterative Adaptive Algorithm (FIAA). The FIAA utilizes a hierarchical grid refinement approach to iteratively estimate source angles. Initially, a coarse grid is applied over the entire spatial domain, identifying potential areas of the actual source locations using IAA. Subsequently, in these identified regions, a refined grid division is applied, and the signal direction matrix is updated. Finally, the IAA, incorporating a regularized covariance matrix, is utilized to achieve high-accuracy angle measurements. Experimental results show that FIAA effectively avoids scanning and computations in non-signal regions, reducing computational time to as little as 4% of the IAA, while maintaining comparable accuracy when the signal-to-noise ratio (SNR) exceeds 0dB. This approach is well-suited for high real-time and high-accuracy millimeter-wave radar DOA measurement scenarios.

收稿日期: 2024-06-22; 修回日期: 2024-07-20

基金项目: 国家重点研发计划 (2022YFF0604803、2017YFF0205006); 国家自然科学基金项目 (62131001)。

作者简介: 于丹阳 (1999-), 中国计量科学研究院在读研究生, 研究方向: 雷达目标参数校准, 邮箱: [yudanyang@nim.ac.cn](mailto:yudanyang@nim.ac.cn); 通讯作者: 杜磊 (1982-), 中国计量科学研究院副研究员, 研究方向: 运动学参数计量, 邮箱: [dulei@nim.ac.cn](mailto:dulei@nim.ac.cn)。

**【Key words】** metrology, millimeter-wave radar, iterative adaptive algorithm, direction of arrival measurement, grid refinement

## 0 引言

毫米波雷达具有全天候、全时段、穿透力强、不受雨雾黑夜等恶劣天气影响的优点<sup>[1-2]</sup>,因而在智能驾驶<sup>[3]</sup>、智能家居<sup>[4]</sup>、医疗健康<sup>[5]</sup>等方面脱颖而出。获取目标的到达角度作为毫米波雷达目标探测的重要一环,吸引了许多学者对其展开研究<sup>[6-7]</sup>。在现有的 DOA 测量方法中,常规波束形成 (Conventional Beam Forming, CBF) 方法由于受到瑞利极限的影响<sup>[8-9]</sup>,不能兼顾较少天线个数与高测角精度。多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 算法克服瑞利极限<sup>[10]</sup>,实现了角度超分辨,但其需要较多快拍数据且在信号相干时估计性能大幅下降<sup>[11-14]</sup>。

迭代自适应算法 (Iterative Adaptive Algorithm, IAA) 不仅可以少快拍数据实现角度超分辨,同时可以克服相干信号带来的影响<sup>[15-17]</sup>。IAA 要求对全空域进行网格划分,并通过计算信号协方差矩阵和功率矩阵获取信源位置,其计算复杂度高,实时性差<sup>[18]</sup>。同时,由于 IAA 需要在预定义的离散网格字典上对信号进行重构,难以避免真实信源与网格字典不匹配的情况,这将导致一定的测量误差。针对 IAA 实时性差这一问题, XUE 等<sup>[19]</sup>利用 Gohberg-Semencul 型因子分解、矩阵的 Toeplitz 结构及 FFT/IFFT 来计算 IAA 谱,提出了 IAA 的快速实现算法。Glentis 等<sup>[20]</sup>基于合适的 Gohberg-Semencul 表示,使用预处理共轭梯度求解线性方程组,提出了一种超快速 IAA 近似实现算法。CHEN 等<sup>[21]</sup>提出了一种仅对全空域内部分感兴趣区域进行估计的 Selective-IAA。这些算法均可一定程度上提高算法实时性,但其算法复杂且没有考虑到实际问题中信源位置不一定处在预定义的离散网格上这一问题,这将导致较大的测量误差。针对信源位置与网格字典不匹配这一问题,有许多学者做了研究<sup>[22-27]</sup>。揭允康等<sup>[22]</sup>通过修正 IAA 功率谱并交替优化功率分量和偏移量,最终实现高精度离网格 DOA 测量,但其在交替优化过程中,不可避免地增加了计算复杂度。徐文先等<sup>[23]</sup>提出了一种细化网格并进行自适应网格校正的改进 IAA,能准确估计出信源角度,但网格细化不免带来计算负担。

针对上述提到的 IAA 实时性差、信源位置与预定义网格字典不匹配等问题,本文提出了一种快速迭代自适应算法 (Fast Iterative Adaptive Algorithm, FIAA)。FIAA 采用网格细化思路以解决信源位置与网格字典不匹配的问题,并在网格细化过程中选择信源潜在的网格区域进行后续计算,以此降低算法复杂度,提高实时性。FIAA 兼顾低角度测量误差和低运行时间,适用于需要高实时、高精度的毫米波雷达波达角测量场景之中。

## 1 信号模型

假设在远场观测场景中,信源个数为  $K$ ,其波达方向为  $\theta_k$ ,其中  $k = 1, 2, \dots, K$ 。有如图 1 所示的具有  $M$  个阵元的一维均匀天线阵。

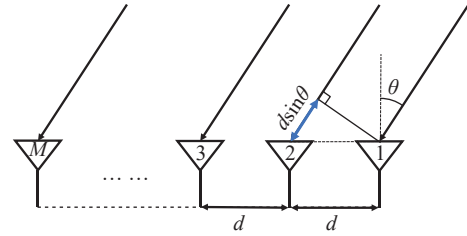


图 1 一维均匀天线阵示意图

Fig.1 Schematic diagram of a uniform linear antenna array

第  $m$  个阵元与参考阵元之间由于位置关系所产生的相对时延与相位差分别为:

$$\tau_{mk} = \frac{(m-1)d\sin(\theta_k)}{c}$$

$$\phi_{mk} = 2\pi f_c \tau_{mk} = \frac{2\pi(m-1)d\sin(\theta_k)}{\lambda}$$

式中,  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  表示天线阵元个数;  $\tau_{mk}$  表示第  $k$  个信源的回波信号到达第  $m$  个阵元与到达参考阵元之间的相对时延;  $f_c$  表示电磁波的中心频率;  $\phi_{mk}$  表示第  $k$  个信源的回波信号到达第  $m$  个阵元与到达参考阵元之间的回波信号相位差。则第  $m$  个阵元在第  $n$  次采样时的信号可被表示为式(1)。

$$y_m(n) = \sum_{k=1}^K s_k(n) e^{-j\phi_{mk}} + e_m(n) \quad (1)$$

式中,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  表示快拍数;  $y_m(n)$  表示第  $m$  个阵元在第  $n$  次快拍时的信号采样值;  $s_k(n)$  表示参

考阵元位置处第  $k$  个信源在第  $n$  次快拍时的信号复幅值;  $e_m(n)$  表示加性高斯白噪声。

将式 (1) 表示为矩阵形式, 如式(2)所示。

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(n) + \mathbf{e}(n) \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{A}(\theta) \in \mathbb{C}^{M \times K}$  为信号的方向矩阵;  $\mathbf{s}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  为信号在第  $n$  次快拍时的复幅值, 具体表示如下:

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$$

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j\phi_{2k}}, \dots, e^{-j\phi_{mk}}]^T$$

$$\mathbf{s}(n) = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_K(n)]^T$$

以上内容为一维线性阵列的回波信号模型, 本文中以式(2)中的矩阵形式进行分析。

## 2 FIAA

在 IAA 中, 信号模型  $\mathbf{A}(\theta)$  中的  $K$  通常是预定义的离散网格数目, 即认为真实信源可能出现在任意一个预定义的离散网格上。但事实上, 由于离散网格字典不够精细, 真实信源不一定恰好处在预定义的离散网格上。因此, 预定义离散网格的细化程度影响着最后的角度测量精度。在实际使用中, 预定义网格  $K$  的数目远大于实际存在目标的数目, 当 IAA 对全空域网格精细划分时, 在角度测量过程中产生了很大的资源浪费。

因此, 针对 IAA 实时性差、信源位置与预定义字典网格不匹配的问题, 本文提出了一种 FIAA。该算法的主要思想是将网格分为粗细两部分, 分次进行网格划分并选择信源潜在的区域进行网格细化。FIAA 的具体步骤为, 首先根据期望的扫描精度和扫描范围, 选择粗细两次测量的网格数  $K_1$ 、 $K_2$ 。然后对全空域进行粗网格划分, 通过迭代计算信号的协方差矩阵与功率矩阵计算出目标所在粗网格区域, 即信源潜在区域。最后, 对信源潜在区域进行细网格划分, 而忽略对非潜在区域的计算与搜索, 对信号的方向矩阵进行更新, 再次对信号的协方差矩阵与功率矩阵进行迭代计算, 得到信源角度的高精度测量结果。

下面介绍 FIAA 的详细内容。

### 2.1 算法内容

假设真实信源个数为  $K_r$ , 粗细网格数分别为  $K_1$ 、 $K_2$ , 全空域扫描范围为  $-90^\circ \sim 90^\circ$ 。一维线性阵列的天线阵元个数为  $M$ 。

第一步, 使用 IAA 进行角度的初估计(粗略测

量)。初估计扫描网格精度为:

$$r_1 = \frac{180}{K_1}$$

此时方向矩阵为:

$$\mathbf{A}^1 = [\mathbf{a}^1(\theta_1^1), \mathbf{a}^1(\theta_2^1), \dots, \mathbf{a}^1(\theta_{K_1}^1)]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_1^1} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_2^1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_{K_1}^1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta_1^1} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta_2^1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta_{K_1}^1} \end{bmatrix}$$

式中,  $\theta_i^1 = -90 + i \cdot r_1$ ,  $i = 1, 2, \dots, K_1$ 。  $M$  为天线个数。

定义信号的能量矩阵为一个  $K \times K$  的对角阵  $\mathbf{P}$ , 其第  $k$  个对角元素表示为式(3)。

$$p_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |s_k(n)|^2 \quad (3)$$

式中, 第  $k$  个对角元素是扫描网格上第  $k$  个角度信号的能量。  $k = i$ ,  $k = 1, 2, \dots, K_1$ ,  $s_k(n)$  表示参考阵元位置处第  $k$  个信源在第  $n$  次快拍时的信号复幅值, 进而定义信号的协方差矩阵为式(4)。

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \mathbf{y} \mathbf{y}^H = \mathbf{A}^1 \mathbf{P} \mathbf{A}^{1H} \quad (4)$$

则信号之外的干扰和噪声的协方差矩阵为:

$$\mathbf{Q}(\theta_k) = \mathbf{R} - p_k \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k)$$

定义加权最小二乘代价函数为:

$$\sum_{n=1}^N \|\mathbf{y}(n) - s_k(n) \mathbf{a}(\theta_k)\|_{\mathbf{W}}^2$$

式中,  $\|x\|_{\mathbf{W}}^2 = \mathbf{x}^H \mathbf{W} \mathbf{x}$ ;  $\mathbf{W}$  为加权矩阵, 根据文献 [28] 当  $\mathbf{W} = \mathbf{Q}^{-1}(\theta_k)$  时, 最小二乘估计量  $\widehat{s}_k(n)$  的估计误差最小, 即:

$$\widehat{s}_k(n) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{Q}^{-1}(\theta_k) \mathbf{y}(n)}{\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{Q}^{-1}(\theta_k) \mathbf{a}(\theta_k)}$$

根据矩阵求逆引理 [29], 上式可变化为式(5)。

$$\widehat{s}_k(n) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}(n)}{\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_k)} \quad (5)$$

式中,  $\widehat{s}_k(n) \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$  表示第  $k$  个信源在第  $n$  次快拍时信号复幅值的最小二乘估计量。

至此, 开始进行角度的初估计。首先对功率矩阵  $\mathbf{P}$  中的对角元素进行初始化, 可定义为:

$$\widehat{P}_k = \frac{1}{(\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{a}(\theta_k)) N} \sum_{n=1}^N |\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{y}(n)|^2$$

接着,根据式(3)、式(4)、式(5)对协方差矩阵  $\mathbf{R}$  及功率矩阵  $\mathbf{P}$  进行迭代更新,直至达到收敛条件或最大迭代次数。本文中设置最大迭代次数<sup>[12]</sup>为 15,收敛条件为  $\|\text{vec}(\mathbf{P}^{(l+1)} - \mathbf{P}^{(l)})\|_2 / \|\text{vec}(\mathbf{P}^{(l)})\|_2 < \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 1e-3$ 。

最后,通过谱峰搜索可得出角度初估计(粗略测量)结果为:

$$\theta_r^l = -90 + i_r \cdot r_1 = -90 + \frac{180i_r}{K_1}$$

式中,  $i_r$  是在初估计中谱峰搜索时峰值所对应的网格位置,  $r = 1, 2, \dots, K_r$ 。

第二步,确认信号潜在区域,并在潜在区域内进行细网格划分及更新信号方向矩阵。

由于初估计结果较为粗糙,因此继续选择信源潜在区域进行精细测量。根据角度初估计结果,可得信源潜在区域为:

$$I_r = \left[ \theta_r^l - \frac{r_1}{2}, \theta_r^l + \frac{r_1}{2} \right]$$

此后进行网格细化。细网格数为  $K_2$ , 则细网格扫描精度为:

$$r_2 = \frac{r_1}{K_2}$$

此时每一个信源的潜在角度区域  $I_r$  对应的方向矩阵为  $\mathbf{A}_r^2$ , 其中  $r = 1, 2, \dots, K_r$ 。  $\mathbf{A}_r^2$  可表示为:

$$\mathbf{A}_r^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{r1}^2} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{r2}^2} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{rK_2}^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d \sin \theta_{r1}^2} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d \sin \theta_{r2}^2} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d \sin \theta_{rK_2}^2} \end{bmatrix}$$

式中,  $\theta_{rl}^2 = (\theta_r^l - \frac{r_1}{2}) + l \cdot r_2, l = 0, 1, 2, \dots, K_2$ 。

所有信源潜在区域的方向矩阵为:

$$\mathbf{A}^2 = [\mathbf{A}_1^2, \mathbf{A}_2^2, \dots, \mathbf{A}_r^2]$$

第三步,使用具有正则化协方差矩阵的 IAA 计算角度精细测量结果。

在获得信源潜在区域并更新了信号方向矩阵之后,再次使用 IAA 进行角度计算。值得一提的是,当信号功率向量只有少数分量非零时,协方差矩阵可能是奇异的,进而影响角度测量结果。为了缓解这一问题,本文使用文献 [30] 提出的方法,将原本的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  替换为正则化协方差矩阵  $\mathbf{R}_\lambda$ , 正则化协方差矩阵由对角加载得到,即式(6)。

$$\mathbf{R}_\lambda = \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I} \quad (6)$$

式中,  $\lambda$  为加载值,本文中取  $\lambda = 1e-1$ 。

使用式(3)、式(4)、式(5)、式(6)对协方差矩阵  $\mathbf{R}$  及功率矩阵  $\mathbf{P}$  进行迭代更新,直至达到收敛条件或最大迭代次数。本文中设置最大迭代次数<sup>[12]</sup>为 15,收敛条件为  $\|\text{vec}(\mathbf{P}^{(l+1)} - \mathbf{P}^{(l)})\|_2 / \|\text{vec}(\mathbf{P}^{(l)})\|_2 < \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 1e-3$ 。

最后,通过谱峰搜索可得出角度精细测量结果为:

$$\theta_r^2 = \theta_r^l - \frac{r_1}{2} + l_r \cdot r_2$$

式中,  $l_r$  是在过精细测量过程中进行谱峰搜索时峰值所对应的网格位置,  $r = 1, 2, \dots, K_r$ 。

综上, FIAA 的具体实现步骤如图 2 所示。

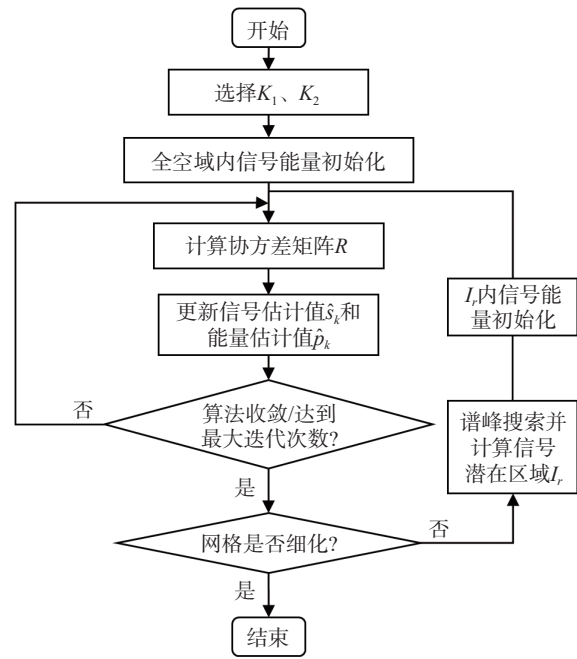


图 2 FIAA 流程图

Fig.2 Algorithm flowchart of FIAA

## 2.2 复杂度分析

在本节中,将对 IAA 与 FIAA 的计算复杂度进行分析。

在每一次迭代过程中,两种算法均计算协方差矩阵及它的逆矩阵,更新信号矩阵与功率矩阵,即使用式(3)、式(4)、式(5)。在该过程中,IAA 所需要计算的乘法数共计为  $2M^2K + MK^2 + 2MK + M^3$ , FIAA 所需要的乘法数为  $2M^2(K_1 + xK_2) + M(K_1^2 + (xK_2)^2) + 2M(K_1 + xK_2) + 2M^3$ 。其中,  $M$  为天线个数,  $K$ 、 $K_1$ 、 $K_2$  分别为全空域、粗、细网格扫描数,且  $K \gg M$ ,  $x$  为信源数。

由前文的分析可知,当 IAA 与 FIAA 有相同的网格精度时,有  $K = K_1 K_2$ 。FIAA 将  $K$  分解为  $K_1$ 、 $\times K_2$  两部分,降低了其平方项带来的计算负担。若场景下为了提高精度而需要减少信源位置与预定义网格不匹配的情况,则需要细化网格,增大  $K$  的取值, FIAA 能够更大程度上地减少计算时间。也就是说,随着  $K$  的增大, FIAA 将更具优势。

### 3 仿真实验

为了验证本文所提 FIAA 的有效性,在操作系统为 Windows 11,处理器为 AMD Ryzen 7 7840H w 的笔记本电脑上使用 MATLAB 2019b 开展了仿真实验。

实验中均设置接收天线为一维均匀线阵,阵元间距为半波长,阵元噪声为均值等于零的高斯白噪声;设置快拍数  $N = 10$ ,最大迭代次数为 15。每个仿真实验都将进行 500 次蒙特卡洛实验并取均值作为最终结果。

#### 3.1 FIAA 高实时性能验证实验

本节将通过仿真实验,对本文所提 FIAA 的高实时性能进行验证。

首先,为了观察天线个数对算法实时性的影响,本文设置信噪比为 30 dB,网格精度为  $0.1^\circ$ ,  $K = 1800$ ,  $K_1 = 45$ ,  $K_2 = 40$ 。设置两个信源角度为  $-12.8^\circ$ 、 $11.3^\circ$ ,进行 500 次蒙特卡洛实验,取运行时间的均值作为最终的结果。实验结果如图 3 所示。

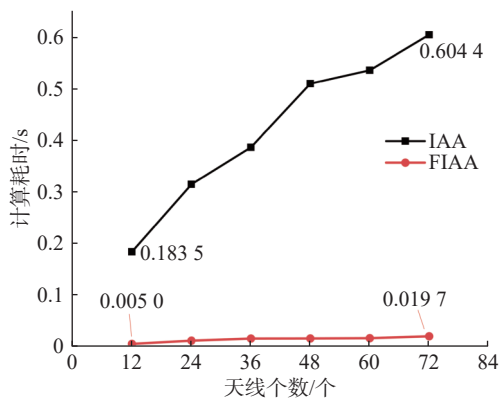


图 3 增加天线个数时 IAA 与 FIAA 的计算耗时  
Fig.3 Computational cost of IAA and FIAA when increasing the number of antennas

在图 3 中可以看到,在天线个数由 12 增加到 72 的过程中, IAA 的计算耗时为 0.1835 ~ 0.6044 s, FIAA 的计算耗时为 0.0050 ~ 0.0197 s。由图 3 数据

可得, FIAA 的计算耗时至少缩减为 IAA 的 4%。由仿真实验结果可得, FIAA 的计算耗时在天线个数增加时变化缓慢,且远低于 IAA。

其次,为了观察信源个数对算法实时性的影响,本文设置信噪比为 30 dB,天线个数为 36 个,网格精度为  $0.05^\circ$ ,  $K = 3600$ ,  $K_1 = 180$ ,  $K_2 = 20$ ,并设置 2 ~ 10 个信源进行 500 次蒙特卡洛实验,取运行时间的均值作为最终的结果,仿真实验结果如图 4 所示。

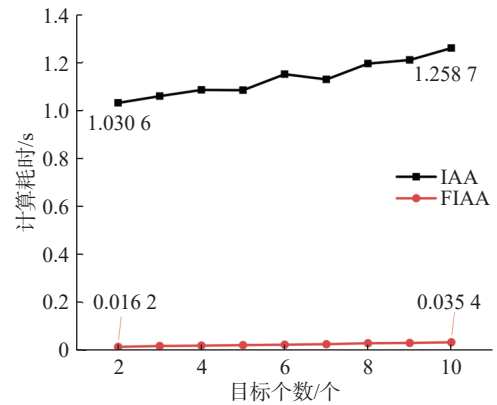


图 4 增加信源个数时 IAA 与 FIAA 的计算耗时  
Fig.4 Computational cost of IAA and FIAA when increasing the number of targets

由图 4 可以看到,在信源个数由 2 增加到 10 的过程中, IAA 的计算耗时为 1.0306 ~ 1.2587 s, FIAA 的计算耗时为 0.0162 ~ 0.0354 s。通过计算图 4 中数据可得,在信源个数由 2 增加到 10 的过程中 FIAA 与 IAA 的计算耗时百分比由 1.6% 缓慢递增至约为 2.8%。由仿真实验结果可见, IAA 与 FIAA 随着信源个数的增加,计算耗时均缓慢增加,但后者计算耗时远低于前者。

另外,为了验证当网格不断细化时, FIAA 在实时性上将更有优势,提取了上述两个仿真实验中天线个数与信源个数相同时(天线个数为 36,信源个数为 2)的实验数据,如表 1 所示。

表 1 网格细化时 IAA 和 FIAA 的计算耗时  
Tab.1 Computational cost of IAA and FIAA when refining the grid

算法	网格精度为 $0.1^\circ$ 时的 计算耗时/s	网格精度为 $0.05^\circ$ 时的 计算耗时/s
IAA	0.386052	1.030609
FIAA	0.015321	0.016237
$\frac{FIAA}{IAA}$	3.97%	1.58%

表 1 中数据表明,当网格精度由  $0.1^\circ$  细化为  $0.05^\circ$

时, IAA 的计算耗时变化较大, 增加的时间为初始时间的 167%, 而 FIAA 的计算耗时几乎无明显改变, 增加的时间仅为初始时间的 6.05%。且当网格精度更高时, FIAA 与 IAA 的计算耗时百分比由 3.97% 缩减为 1.58%。以上数据说明, 网格不断细化时, 相比于 IAA, FIAA 对网格精度几乎不敏感, 计算耗时无明显增加, 在计算实时性方面更有优势。这一优点为克服信源位置与预定义网格字典不匹配的问题提供了一种简单且快速的网格细化的解决办法。

最后, 为了观察  $K_1$ 、 $K_2$  的设置情况对 FIAA 算法的影响, 本文进行了仿真实验。基于 2.2 节中所述, 与 IAA 相比, FIAA 的主要优势是将  $K$  分解为  $K_1$ 、 $xK_2$  两部分, 降低了其平方项带来的计算负担。因此除  $K_1$ 、 $K_2$  的设置情况外, 信源个数  $x$  对 FIAA 的算法复杂度也会产生一定影响。考虑到上述因素, 在本次实验中设置两个信源, 并保持不变, 信源角度为  $-12.8^\circ$ 、 $11.3^\circ$ 。针对于网格精度为  $0.1^\circ$ ,  $K=1800$  的情况, 设置四组  $K_1$ 、 $K_2$  并依次增加天线个数, 观察 FIAA 算法的计算耗时。最终的结果取 500 次蒙特卡洛实验运行时间的均值, 实验结果如图 5 所示。

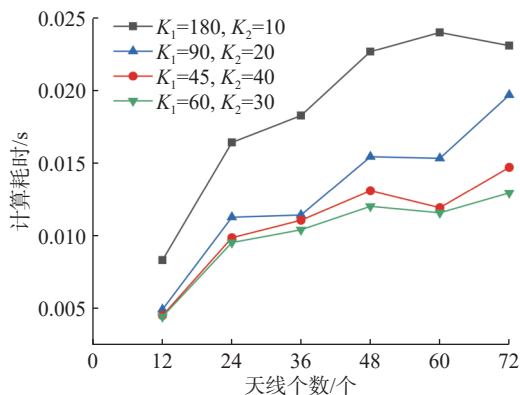


图 5  $K_1$  与  $K_2$  变化时 FIAA 的计算耗时  
Fig.5 Computational cost of FIAA when varying parameter  $K_1$  and  $K_2$

由图 5 可以看出, 天线个数不断变化, 但在四组不同的  $K_1$ 、 $K_2$  中, 当  $K_1=60$ ,  $K_2=30$  时, 算法的计算耗时总是保持最低。基于基本不等式对 FIAA 的算法复杂度进行分析, 当且仅当  $K_1=xK_2$  时,  $K_1^2+(xK_2)^2$  取得最小值, 此时 FIAA 每次迭代计算中所需的乘法数最少。因此, 在信源个数  $x=2$ ,  $K_1K_2=K=1800$  时, 取  $K_1=60$ ,  $K_2=30$  的计算耗时最低。由图 5 可以看出, 理论分析的结果与仿真实验结果相符。另外, 除  $K_1$ 、 $K_2$  的选取值外, 图 3 与图 5 中的仿真实验

各个参数均保持一致。观察两图的纵坐标数值可知, 尽管图 5 中实验对 FIAA 设置了四组不同的  $K_1$ 、 $K_2$ , 但与图 3 相比, 它们的计算耗时均远低于 IAA。由此可以说明, 设置不同的  $K_1$ 、 $K_2$  均可以保证 FIAA 在实时性上的优越性能且可以通过已知的信源个数来选择最佳的  $K_1$ 、 $K_2$ 。

综上所述, 仿真实验通过单独改变天线个数和信源个数分别验证了 FIAA 的高实时性, 并说明了在网格细化时 FIAA 将更具有优势, 且选择不同的  $K_1$ 、 $K_2$  均可以降低计算复杂度并保证 FIAA 的高实时性。因此, FIAA 更加适合用于对实时性要求较高的毫米波雷达波达角测量场景中。比如, FIAA 能够快速进行角度测量, 缩短毫米波雷达在自动驾驶汽车感知环境时所需的时间, 提升自动驾驶汽车的整体反应速度, 进而提高自动驾驶的安全性。

### 3.2 FIAA 与 IAA 角度估计精度比较实验

本节将通过仿真实验, 进一步将本文所提的 FIAA 与 IAA 的角度估计精度进行比较。运行结果使用均方根误差作为单个角度的估计精度评价指标, 其计算公式为式(7)。

$$\theta_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{KN_m} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_m} (\hat{\theta}_{i,k} - \theta_k)^2} \quad (7)$$

式中,  $K$  为信源个数;  $N_m$  为蒙特卡洛实验次数;  $\hat{\theta}_{i,k}$  为进行第  $i$  次蒙特卡洛实验时的第  $k$  个信源的角度估计值;  $\theta_k$  为第  $k$  个信源的角度真实值。

仿真实验中分别设置在不同信噪比下, 天线个数为 24 时, 网格精度为  $0.1^\circ$ ,  $K=1800$ ,  $K_1=180$ ,  $K_2=10$ 。设置信源角度为  $-18.7^\circ$ 、 $-4.3^\circ$ 、 $7.2^\circ$ 、 $13.8^\circ$ 。进行 500 次蒙特卡洛实验, 使用式(7)计算其均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE), 实验结果如图 6 所示。

由图 6 可以看到, 在信噪比低于 0dB 时, IAA 的均方根误差远低于 FIAA。当信噪比由 0dB 逐步增加至 25dB 的过程中, FIAA 的均方根误差不断接近 IAA。在信噪比为 0dB 时, IAA 与 FIAA 的均方根误差分别为 0.1658 和 0.1900, 仅相差 0.0242。此后, 两种算法始终保持相近的测量精度。由仿真实验结果可见, 在信噪比过低时, FIAA 的计算误差大。这是由于此时的快拍数也过小, 所获取的有效信息少, 算法在计算协方差矩阵求逆的过程中可能出现奇异矩阵导致的。当信噪比不断增加时, FIAA 角度估计的均方根误差与 IAA 接近。根据引言中

所提到的,当网格不断细化时,真实信源位置与字典网格不匹配的问题将天然地被解决。结合本次实验结果中信噪比良好时, FIAA 的精度与 IAA 接近,可知, FIAA 在网格细化时可以克服真实信源位置与字典网格不匹配的问题。

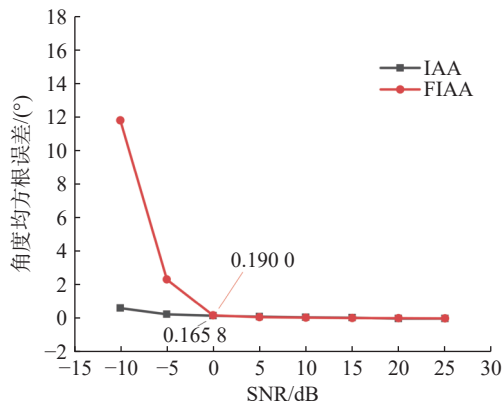


图 6 信噪比变化时 IAA 与 FIAA 的均方根误差  
Fig.6 RMSE of IAA and FIAA when varying the signal-to-noise ratio (SNR)

综上所述,通过上述高实时性能和角度测量精度比较两个仿真实验,验证了本文所提出的 FIAA 可以大大降低计算耗时,并在信噪比良好时具有良好的测量精度,适用于对实时性要求较高的毫米波雷达波达角高精度测量。

#### 4 结论

本文提出了一种可以快速进行 DOA 测量的 FIAA,相较于相同网格精度下的 IAA,计算耗时大大降低,并且适用于精密的网格细化以克服信源位置与预定义网格字典不匹配的问题。该算法以 IAA 为基础,使用网格细化(粗细网格)的方法分次对信源角度进行测量,原理简单、结构清晰、方案灵活。仿真实验结果表明,相较于相同网格精度下的 IAA,本文所提出的 FIAA 的计算耗时至少缩减为原来的 4%,且当网格细化程度越高时,缩减时间的程度越高。并且,当信噪比大于 0dB 时,尽管在少快拍的情况下, FIAA 与 IAA 的估计精度基本持平。因此,本文所提出的 FIAA 适用于对实时性要求高且需要高精度的毫米波雷达波达角测量场景之中。

#### 参考文献

[1] 黄岩,张慧,兰吕鸿康,等. 汽车毫米波雷达信号处理技术综述[J]. 雷达学报, 2023, 12(5): 923-970.

[2] 林倩,杨姝玥,刘林盛. 浅析毫米波雷达在汽车电子中的应用[J]. 天津理工大学学报, 2024, 40(5): 80-85.

[3] Sun Y L, Fei T, Li X B, *et al.* Real-time radar-based gesture detection and recognition built in an edge-computing platform[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(18): 10706-10716.

[4] Gurbuz S Z, Amin M G. Radar-based human-motion recognition with deep learning: promising applications for indoor monitoring[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2019, 36(4): 16-28.

[5] Chen J B, Zhang D H, Wu Z, *et al.* Contactless electrocardiogram monitoring with millimeter wave radar[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, 23(1): 270-285.

[6] 陈涛,申梦雨,史林,等. 基于通道压缩的原子范数最小化 DOA 估计算法[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(4): 246-253.

[7] 王旭东,仲倩,闫贺,等. 一种二维信号波达方向估计的改进多重信号分类算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(9): 2137-2142.

[8] 张泽宇. 毫米波 MIMO 雷达阵列优化设计与 DOA 估计方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2023.

[9] Dudek M, Nasr I, Bozsik G, *et al.* System analysis of a phased-array radar applying adaptive beam-control for future automotive safety applications[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 64(1): 34-47.

[10] 舒月,傅东宁,陈展野,等. 基于 RD-ANM 的毫米波雷达动目标超分辨 DOA 估计方法[J]. 雷达学报, 2023, 12(5): 986-999.

[11] 单泽彪,王宇祥,常立民,等. 冲击噪声背景下相干信号 DOA 估计[J]. 电子测量技术, 2022, 45(15): 166-171.

[12] 周英钢,邵佳伟. 对数螺旋阵列的相干信号 DOA 估计研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(2): 220-227.

[13] 李燕,何怡刚,尹柏强. LFM 信号 DOA 估计分数阶量纲归一化方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(3): 448-455.

[14] 王凌,李国林,李静,等. 一种新的单次快拍二维 ESPRIT 算法[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(1): 99-104.

[15] Yarbidi T, Li J, Stoica P, *et al.* Source Localization and Sensing: A Nonparametric Iterative Adaptive Approach Based on Weighted Least Squares[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 425-443.

[16] 王波,刘德亮. 基于迭代自适应方法的近场源二维参数联合估计[J]. 计算机应用, 2019, 39(2): 523-527.

[17] 郝向阳,韩晓东,李晓明. 一种机载雷达双 Capon 迭代空时自适应处理算法[J]. 现代雷达, 2022, 44(12): 101-105.

[18] 黄以兰,晋良念,刘庆华. 一种车载毫米波 FMCW MIMO 雷达快速成像方法[J]. 雷达科学与技术, 2022, 20(2): 128-135,141.

[19] Xue M, Xu L, Li J. IAA Spectral Estimation: Fast Implementation Using the Gohberg-Semencul Factorization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3251-3261.

[20] Glentis G O, Jakobsson A. Superfast Approximative Implementation of the IAA Spectral Estimate[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(1): 472-478.

- [5] 刘俊杰, 张文阁. 可吸入颗粒物采样器准确性计量检测方法的设计及研究 [J]. 中国粉体技术, 2006, 12(5): 5-8.
- [6] 郭亮, 邵鹏威, 马志伟, 等. 光散射法和  $\beta$  射线法颗粒物测量仪适用性研究 [J]. 中国计量, 2021(2): 81-85.
- [7] 余来华. 基于单颗粒光散射法颗粒物质量浓度监测仪的研制及校准研究 [D]. 太原: 太原理工大学, 2022.
- [8] 张文阁, 刘巍, 陈仲辉, 等.  $PM_{2.5}$  重量法标准装置研制及溯源性研究 [J]. 计量技术, 2015(1): 3-7.
- [9] 刘巍, 王婷, 邹亚雄, 等. 环境空气采样用滤膜截留效率测试方法研究 [J]. 计量科学与技术, 2024, 68(1): 33-36, 52.
- [10] 王凯, 张霞, 苏瑾. 地铁站中  $PM_{2.5}$  和  $PM_{10}$  光散射法与滤膜称重法比对 [J]. 实用预防医学, 2021, 28(12): 1539-1542.
- [11] 陈珂, 孙文, 保善磊. 重量法测定环境空气总悬浮颗粒物准确度的实验室内部影响因素分析 [J]. 青海环境, 2022, 32(3): 162-164.
- [12] 国家市场监督管理总局. 环境空气颗粒物质量浓度测定 重量法: GB/T 39193-2020[S]. 北京: 中国标准出版社, 1996.
- [13] 李想, 许潇. 大气颗粒物水溶性离子计量技术研究概述 [J]. 计量科学与技术, 2022, 66(6): 31-37.
- [14] 王婷, 景军, 张明, 等. 大气气溶胶水溶性自动监测仪校准装置初探 [J]. 计量科学与技术, 2024, 68(1): 63-69.
- [15] US Environmental Protection Agency. Part 53-Ambient Air Monitoring Reference and Equivalent Methods [EB/OL] [2021-10-25]. <https://www.ecfr.gov/current/title-40/chapter-I/subchapter-C/part-53>.
- [16] European Committee for Standardization. Ambient air – Standard gravimetric measurement method for the determination of the  $PM_{10}$  or  $PM_{2.5}$  mass concentration of suspended particulate matter: EN 12341: 2014 [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2014.
- [17] 中国环境监测总站. 环境空气颗粒物 ( $PM_{2.5}$ ) 手工监测方法 (重量法) 技术规范: HJ 656-2013[S]. 北京: 中国环境科学出版社, 2013.
- [18] 中日友好环境保护中心, 国家环境分析测试中心. 环境空气  $PM_{10}$  和  $PM_{2.5}$  的测定 重量法: HJ 618-2011[S]. 北京: 中国环境科学出版社, 2011.
- [19] 中国环境监测总站. 环境空气颗粒物 ( $PM_{10}$  和  $PM_{2.5}$ ) 采样器技术要求及检测方法: HJ 93-2013[S]. 北京: 中国环境科学出版社, 2013.
- [20] 杨琪琪, 杨禹哲. 如何保证环境颗粒物  $PM_{2.5}$  手工监测法 (重量法) 中称量的准确性 [J]. 中国计量, 2018(12): 87-88.
- [21] 环境保护部. 环境空气质量手工监测技术规范: HJ194-2017 [S]. 北京: 中国环境科学出版社, 2017.
- [22] 王龙, 刘源, 方维凯, 等.  $PM_{2.5}$  滤膜称重法技术问题分析 [J]. 计量与测试技术, 2020, 47(10): 56-58.
- [23] 李金莹, 樊晓翠, 焉峰, 等. 固定污染源废气低浓度颗粒物的测定中  $\beta$  射线法与重量法对比分析 [J]. 分析仪器, 2021(3): 119-121.
- [24] 胡雪花, 郝敏钗, 王丽佳, 等. 气体中颗粒物质量浓度测量方法的比较研究 [J]. 工业计量, 2023, 33(4): 18-22, 26.
- [25] 张文阁, 刘巍. 环境空气颗粒物测量中采样滤膜的应用 [J]. 中国计量, 2020(6): 86-88.
- [26] 国家市场监督管理总局.  $PM_{2.5}$  质量浓度测量仪校准规范: JJF1659-2017[S]. 北京: 中国质检出版社, 2019.
- [27] 国家市场监督管理总局. 环境试验设备温度、湿度参数校准规范: JJF1101-2019[S]. 北京: 中国质检出版社, 2019.
- [28] 国家市场监督管理总局. 电子天平校准规范: JJF1847-2020 [S]. 北京: 中国质检出版社, 2020.
- [29] 楚宝临, 郑倩倩, 姚雅伟, 等. 大气颗粒物手工比对监测体系滤膜称量质控技术探讨 [J]. 中国环境监测, 2017, 33(5): 132-138.
- [30] 沈立人. 电子衡器静电环境下多个案例分析 [J]. 衡器, 2023, 52(10): 5-8, 25.
- [31] 裘新力. 高精度电子天平的精确测量 [J]. 中国计量, 2019(5): 105-106.

本文编辑: 霍祎炜

(上接第 9 页)

- [21] Chen Y, Huang L T, So H C. Selective Range Iterative Adaptive Approach for High-Resolution DOA Estimation[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 15634-15640.
- [22] 揭允康, 张雯, 李想, 等. 一种基于迭代自适应的离网格 DOA 估计方法 [J]. *电子与信息学报*, 2023, 45(10): 3805-3811.
- [23] 徐文先, 高志奇, 徐伟, 等. 基于迭代自适应的字典校正空时自适应处理算法 [J]. *信号处理*, 2021, 37(11): 2216-2226.
- [24] Gretsistas A, Plumley M D. An alternating descent algorithm for the off-grid DOA estimation problem with sparsity constraints[C]. 2012 Proceedings of the 20<sup>th</sup> European Signal Processing Conference, Bucharest, Romania, 2012.
- [25] Yang Z, XIE L H, Zhang C S. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38-43.
- [26] Wu X H, Zhu W P, Yan J. Direction of arrival estimation for off-grid signals based on sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(7): 2004-2016.
- [27] 王洪雁, 于若男, 潘勉, 等. 基于协方差矩阵重构的离网格 DOA 估计方法 [J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(10): 2863-2870.
- [28] 魏柱柱, 黄翔东, 解红岩. 基于迭代自适应方法的空间信号估计 [J]. *计算机工程与应用*, 2013, 49(S3): 360-363.
- [29] Stoica, Petre, Randolph L M. *Spectral Analysis Of Signals*[M]. Berlin: Springer, 2005.
- [30] Zhang Y, Yin Z, Huang Y, et al. Angular Super resolution for Scanning Radar with Improved Regularized Iterative Adaptive Approach[J]. *IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters*, 2016, 13(6): 846-850.

本文编辑: 霍祎炜